理工系 基礎数学演習（コロナ社） 修正履歴 (2021 年 11 月 30 日現在)

第 7 刷→第 8 刷で修正予定

場所	修正前	修正後
まえがき の向かいのページ	大野 真裕　電気通信大学 准教授 久藤 衡介　電気通信大学 准教授 山口 耕平　電気通信大学 教授 (2015 年 3 月現在)	大野 真裕　電気通信大学 教授 久藤 衡介　早稲田大学 教授 山口 耕平　電気通信大学 名誉教授 (2021 年 3 月現在)
p.38 ↓ 11 問題 4.3.1	**問題 4.3.1**　次の関数の不定積分を求めよ．	**問題 4.3.1**　次の関数の不定積分を求めよ．$(a \neq 0)$
p.38 ↑ 2 問題 4.3.1(14)	(14)　$\dfrac{x}{\sqrt{x^2+bx+c}}$	(14)　$\dfrac{x}{\sqrt{x^2+bx+c}}$　$((b,c) \neq (0,0))$
p.45 ↑ 4 問題 4.4.10(7)	(7)　極座標による表示で $r = a\cos 2\theta$ $(0 \leqq \theta \leqq \pi)$ $(a>0)$ が囲む面積	(7)　極座標による表示で $r = a\cos 2\theta$ $\left(-\frac{\pi}{4} \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{4}\right)$ $(a>0)$ が囲む面積
p.47 ↓ 2 p.47 ↑ 1	$f(b) = f(a) + \int_a^b f'(t)dt = f(a) - \left[(b-t)f'(t)\right]_a^b + \int_a^b f''(t)dt$ $R_n(x) = n\binom{\alpha}{n}\int_0^x \left(\frac{x-1}{1+t}\right)^{n-1}(1+t)^{\alpha-n}\,dt$	$f(b) = f(a) + \int_a^b f'(t)dt = f(a) - \left[(b-t)f'(t)\right]_a^b + \int_a^b (b-t)f''(t)dt$ $R_n(x) = n\binom{\alpha}{n}\int_0^x \left(\frac{x-t}{1+t}\right)^{n-1}(1+t)^{\alpha-n}\,dt$
p.185 ↓ 2 問題 1.2.1 の解答	**問題 1.2.1** (p.7)　2 項定理によって $(1+h)^n = 1+nh+\frac{n(n-1)}{2}h^2+\cdots+\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!}h^k+\frac{n(n-1)\cdots 2\cdot 1}{n!}h^n$ である．この右辺の各項はすべて正であるから，各項とも左辺より小さい．したがって，(1),(2),(3) が示された．	**問題 1.2.1** (p.7)　2 項定理によって $(1+h)^n = 1+nh+\frac{n(n-1)}{2}h^2+\cdots+\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!}h^k+\cdots+\frac{n(n-1)\cdots 2\cdot 1}{n!}h^n$ である．この右辺の各項はすべて正であるから，各項とも左辺より小さい．したがって，(1), (2), (3) が示された．
p.185 ↓ 11 問題 1.2.4(3) の解答	(3)　$-2\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$　$(= 2\sin(\theta + frac5\pi6)$	(3)　$2\sin\left(\theta+\frac{5\pi}{6}\right)$
p.187 ↓ 5–12 問題 2.3.6 の解答	**問題 2.3.6** (p.16)　与えられた関係はそれぞれ $x_1 = \tan y_1$ $\left(-\frac{\pi}{2} < y_1 < \frac{\pi}{2}\right)$ および $x_2 = \tan y_1$ $\left(-\frac{\pi}{2} < y_2 < \frac{\pi}{2}\right)$ と同値である．したがって，(1) は $y_1+y_2 = \pm\frac{\pi}{2}$ のとき左辺が定義されていないが，それ以外のときは正接 (tan) の加法定理そのもので正しい．(2) は $-\frac{\pi}{2} < y_1+y_2 < \frac{\pi}{2}$ のとき正しいが，そうでなければ左辺が Tan^{-1} の定義域に入っていないから等式は成り立たない． $-\pi < y_1+y_2 < -\frac{\pi}{2}$ のときは，$y_1+y_2 = \mathrm{Tan}^{-1}\left(\frac{x_1+x_2}{1-x_1x_2}\right)-\pi$ $\frac{\pi}{2} < y_1+y_2 < \pi$ のときは，$y_1+y_2 = \mathrm{Tan}^{-1}\left(\frac{x_1+x_2}{1-x_1x_2}\right)+\pi$ としなければならない．	**問題 2.3.6** (p.16)　与えられた関係はそれぞれ $x_1 = \tan y_1$ $\left(-\frac{\pi}{2} < y_1 < \frac{\pi}{2}\right)$ および $x_2 = \tan y_2$ $\left(-\frac{\pi}{2} < y_2 < \frac{\pi}{2}\right)$ と同値である．したがって，(1) は $x_1x_2 = 1$ のとき右辺が定まらないが，$x_1x_2 \neq 1$ のときは正接 (tan) の加法定理そのもので正しい．(2) は $1-x_1x_2 = \frac{\cos(y_1+y_2)}{\cos y_1 \cos y_2}$ に注意して，$x_1x_2 < 1$ $\left(\Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} < y_1+y_2 < \frac{\pi}{2}\right)$ のとき正しいが，そうでなければ左辺が Tan^{-1} の値域に入らないから等式は不成立． $x_1x_2 = 1$ かつ $x_1, x_2 \gtrless 0$ のときは　$y_1+y_2 = \pm\frac{\pi}{2}$, $x_1x_2 > 1$ かつ $x_1, x_2 \gtrless 0$ のときは　$y_1+y_2 = \mathrm{Tan}^{-1}\left(\frac{x_1+x_2}{1-x_1x_2}\right) \pm \pi$ としなければならない．(不等号複号同順)
p.191 ↑ 4–6 問題 3.2.8 の解答	**問題 3.2.8** (p.27)　$e^x = e^{\frac{1}{2}} + e^{\frac{1}{2}}(x-\frac{1}{2}) + \frac{e^{\frac{1}{2}}}{2!}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\cdots+\frac{e^{\frac{1}{2}}}{k!}\left(x-\frac{1}{2}\right)^k+\cdots+\frac{e^{\frac{1}{2}}}{(n-1)!}\left(x-\frac{1}{2}\right)^{n-1}+\frac{e^{\frac{1}{2}}+\theta(x-1/2)}{n!}\left(x-\frac{1}{2}\right)^n$ $= \sum_{k=0}^{n-1}\frac{\sqrt{e}}{k!}\left(x-\frac{1}{2}\right)+\frac{e^{\frac{1}{2}+\theta\left(x-\frac{1}{2}\right)}}{n!}\left(x-\frac{1}{2}\right)^n$　$(0<\theta<1)$	**問題 3.2.8** (p.27)　$e^x = e^{\frac{1}{2}} + e^{\frac{1}{2}}\left(x-\frac{1}{2}\right) + \frac{e^{\frac{1}{2}}}{2!}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\cdots+\frac{e^{\frac{1}{2}}}{(n-1)!}\left(x-\frac{1}{2}\right)^{n-1}+\frac{e^{\frac{1}{2}+\theta\left(x-\frac{1}{2}\right)}}{n!}\left(x-\frac{1}{2}\right)^n$ $= \sum_{k=0}^{n-1}\frac{\sqrt{e}}{k!}\left(x-\frac{1}{2}\right)^k+\frac{e^{\frac{1}{2}+\theta\left(x-\frac{1}{2}\right)}}{n!}\left(x-\frac{1}{2}\right)^n$　$(0<\theta<1)$
p.192 ↓ 1 問題 3.2.9(2) の解答	これから $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{\sin^2} == \frac{\sin^2 - x^2}{x^2\sin^2 x} = \frac{-\frac{x^4}{3}+o(x^4)}{x^2(x^2+o(x^2))} \to -\frac{1}{3}$　$(x \to 0)$	これから $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{\sin^2 x} = \frac{\sin^2 x - x^2}{x^2\sin^2 x} = \frac{-\frac{x^4}{3}+o(x^4)}{x^2(x^2+o(x^2))} \to -\frac{1}{3}$　$(x \to 0)$
p.193 ↓ 7, ↓ 11 問題 4.2.1(13)(20) の解答	(13)　$x^2+\frac{1}{2}\log\lvert x^2+2\rvert$ (20)　$\frac{1}{12}\log\lvert x-2\rvert-\frac{1}{24}\log\lvert x^2+2x+4\rvert-\frac{1}{4\sqrt{3}}\mathrm{Tan}^{-1}\frac{x+1}{\sqrt{3}}$	(13)　$x^2+\frac{1}{2}\log(x^2+2)$ (20)　$\frac{1}{12}\log\lvert x-2\rvert-\frac{1}{24}\log(x^2+2x+4)-\frac{1}{4\sqrt{3}}\mathrm{Tan}^{-1}\frac{x+1}{\sqrt{3}}$
p.194 ↓ 2, ↓ 4–5 問題 4.3.1(4)(8)(9) の解答	(4)　$2\sqrt{x}-2\log\lvert\sqrt{x}+1\rvert$ (8)　$\frac{1}{2}\log\lvert x+\sqrt{x^2+1}\rvert-\frac{1}{4}\frac{1}{(x+\sqrt{x^2+1})^2}$ (9)　$-\frac{1}{2}\log\lvert\sqrt[3]{x}+2\rvert+\frac{1}{4}\log\left\lvert\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4\right\rvert+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{Tan}^{-1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{3}}$	(4)　$2\sqrt{x}-2\log(\sqrt{x}+1)$ (8)　$\frac{1}{2}\log(x+\sqrt{x^2+1})-\frac{1}{4}\frac{1}{(x+\sqrt{x^2+1})^2}$ (9)　$-\frac{1}{2}\log\lvert\sqrt[3]{x}+2\rvert+\frac{1}{4}\log\left(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{Tan}^{-1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{3}}$
p.194 ↓ 8 問題 4.3.1(11) の解答	$\int\sqrt{\frac{x-1}{x}}\,dx\ \ = \int t\cdot\frac{2t}{(1-t^2)^2}dt = \int t\cdot\frac{1}{1-t^2}-\int\frac{dt}{1-t^2}$　(部分積分)	$\int\sqrt{\frac{x-1}{x}}\,dx = \int t\cdot\frac{2t}{(1-t^2)^2}dt = t\cdot\frac{1}{1-t^2}-\int\frac{dt}{1-t^2}$　(部分積分)
p.195 ↓ 5–6 問題 4.3.1(12) の解答	$=-2a\left(y\sqrt{\frac{y-1}{y}}-\frac{1}{2}\left\lvert\frac{1+\sqrt{\frac{y-1}{y}}}{1-\sqrt{\frac{y-1}{y}}}\right\rvert\right)$ $=(x-a)\sqrt{\frac{x+a}{x-a}}+a\left\lvert\frac{1+\sqrt{\frac{x+a}{x-a}}}{1-\sqrt{\frac{x+a}{x-a}}}\right\rvert$	$= -2a\left(y\sqrt{\frac{y-1}{y}}-\frac{1}{2}\log\left\lvert\frac{1+\sqrt{\frac{y-1}{y}}}{1-\sqrt{\frac{y-1}{y}}}\right\rvert\right)$ $= (x-a)\sqrt{\frac{x+a}{x-a}}+a\log\left\lvert\frac{1+\sqrt{\frac{x+a}{x-a}}}{1-\sqrt{\frac{x+a}{x-a}}}\right\rvert$
p.195 ↑ 6 問題 4.3.1(15) の解答	(15)　$-2\,\mathrm{Tan}^{-1}\left(\sqrt{x^2+3x-1}-1\right)$ または …	(15)　$2\,\mathrm{Tan}^{-1}\left(\sqrt{x^2+3x-1}-1\right)$ または …
p.196 ↓ 2–3 問題 4.3.1(15) の解答	となる．これらの結果の差は $\mathrm{Tan}^{-1}(x+\sqrt{x^2+3x-1})-\mathrm{Tan}^{-1}(-x+\sqrt{x^2+3x-1})$ $=\begin{cases}\mathrm{Tan}^{-1}\frac{2}{3} & \left(x > \frac{-3+\sqrt{13}}{2}\right)\\ \mathrm{Tan}^{-1}\frac{2}{3}-\pi & \left(x < \frac{-3-\sqrt{13}}{2}\right)\end{cases}$ である（問題 2.3.6 参照）．	これらの結果の差は　$2\left(\mathrm{Tan}^{-1}(x+\sqrt{x^2+3x-1})-\mathrm{Tan}^{-1}(-x+\sqrt{x^2+3x-1})\right)$ $=\begin{cases}2\,\mathrm{Tan}^{-1}\frac{2}{3} & \left(x > \frac{-3+\sqrt{13}}{2}\right)\\ 2\,\mathrm{Tan}^{-1}\frac{2}{3}-2\pi & \left(x < \frac{-3-\sqrt{13}}{2}\right)\end{cases}$ である（問題 2.3.6 参照）．
p.196 ↓ 9 問題 4.3.2(3) の解答	$=\begin{cases}\frac{2}{\sqrt{a^2-1}}\mathrm{Tan}^{-1}\left(\sqrt{\frac{a-1}{a+1}}\tan\frac{x}{2}\right) & (a>1)\\ -\frac{2}{\sqrt{a^2-1}}\mathrm{Tan}^{-1}\left(\sqrt{\frac{a-1}{a+1}}\tan\frac{x}{2}\right) & (-a<1)\end{cases},$	$=\begin{cases}\frac{2}{\sqrt{a^2-1}}\mathrm{Tan}^{-1}\left(\sqrt{\frac{a-1}{a+1}}\tan\frac{x}{2}\right) & (a>1)\\ -\frac{2}{\sqrt{a^2-1}}\mathrm{Tan}^{-1}\left(\sqrt{\frac{a-1}{a+1}}\tan\frac{x}{2}\right) & (a<-1)\end{cases},$

第 7 刷→第 8 刷で修正予定（前頁から続く）

場所	修正前	修正後
p.196 ↑ 6 問題 4.3.2(8) の解答	(8) $\log \dfrac{\tan^2 \frac{x}{2} + 3}{\tan^2 \frac{x}{2} + 1} + \dfrac{4}{\sqrt{3}} \mathrm{Tan}^{-1}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}} \tan \dfrac{x}{2}\right)$	(8) $\log (2 + \cos x) + \dfrac{4}{\sqrt{3}} \mathrm{Tan}^{-1}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}} \tan \dfrac{x}{2}\right)$
p.197 ↓ 6 問題 4.4.4(7) の解答	(7) $\dfrac{1}{a} \log \dfrac{(e^a+1)^2}{4e^a}$	(7) $\dfrac{2}{a} \log \dfrac{e^a+1}{2} - 1$ または $\dfrac{2}{a} \log \left(\cosh \dfrac{a}{2}\right)$
p.197 問題4.4.6(4)(5)の解答	(4),(5) について： $x=0$ の近くでの被積分関数の挙動は簡単にわかる（有界連続である）から以下 $x \to \infty$ のときの挙動を問題にする．以下のことを理解するには級数に関する初等的知識が必要である． (4) について： $\dfrac{\lvert\sin x\rvert}{x} \geqq \begin{cases} \dfrac{2(x-n\pi)}{\left(n+\frac{1}{2}\pi\right)\pi} & n\pi \leqq x \leqq \left(n+\frac{1}{2}\right)\pi \\ \dfrac{2(-x+(n+1)\pi))}{\left(n+\frac{1}{2}\pi\right)\pi} & \left(n+\frac{1}{2}\right)\pi \leqq x \leqq (n+1)\pi \end{cases} \quad (n=1,2,\cdots)$ に注意すれば（このことは図を描いてみればすぐわかる），$\displaystyle\int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{\lvert\sin x\rvert}{x}\,dx > \frac{1}{2n+1}$ であるから，$0<n<T$ のとき $\displaystyle\int_0^T \frac{\lvert\sin x\rvert}{x}\,dx > \int_0^{n\pi} \frac{\lvert\sin x\rvert}{x}\,dx > \sum_{m=1}^{n-1} \frac{1}{2m+1}$ となる．この右辺は $n \to \infty$ のとき ∞ に発散する．したがって (4) の積分は発散する． (5) について： m が正の整数のとき，$0 < \displaystyle\int_{2m}^{2m+1} \frac{\sin x}{x}\,dx < \frac{1}{2m}$ である．一方，$0 > \displaystyle\int_{2m+1}^{2m+2} \frac{\sin x}{x}\,dx > -\frac{1}{2m+1}$ である．したがって，級数 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{\sin x}{x}\,dx$ は交項級数であって，かつその項は $n \to \infty$ のとき 0 に収束するから，この級数は収束している．この級数の収束から積分の収束が得られることは $n\pi \leqq T \leqq (n+1)\pi$ である T について $\left\lvert \displaystyle\int_{n\pi}^{T} \frac{\sin x}{x}\,dx \right\rvert \leqq \frac{1}{n}$ となることからわかる．	(4) について： $a_n = \displaystyle\int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{\sin x}{x}\,dx = (-1)^n \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x+n\pi}\,dx$ $(n \geqq 0)$ とおく．$\sin x$ は積分区間内で符号を変えないから， $\lvert a_n\rvert = \displaystyle\int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{\lvert\sin x\rvert}{x}\,dx = \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x+n\pi}\,dx \geqq \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{(n+1)\pi}\,dx \geqq \frac{2}{(n+1)\pi}.$ 同様にして $\lvert a_n\rvert \leqq \dfrac{2}{n\pi}$ ($n \geqq 1$，(5) の最後で用いる)．これより，$m \geqq 1$ に対して $\displaystyle\int_0^{m\pi} \frac{\lvert\sin x\rvert}{x}\,dx = \sum_{n=0}^{m-1} \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{\lvert\sin x\rvert}{x}\,dx \geqq \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{m} \frac{1}{n} \to \infty \quad (m \to \infty).$ よって (4) の広義積分は (∞ に) 発散する． (5) について： $b_n = \displaystyle\int_{2n\pi}^{2(n+1)\pi} \frac{\sin x}{x}\,dx = a_{2n} - a_{2n+1}$ $(n \geqq 0)$ とおく．$n \geqq 1$ なら $0 < b_n = \displaystyle\int_0^{\pi} \left(\frac{\sin x}{x+2n\pi} - \frac{\sin x}{x+(2n+1)\pi}\right) dx$ $= \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\pi \sin x}{(x+2n\pi)(x+(2n+1)\pi)}\,dx \leqq \frac{2}{2n(2n+1)\pi} \leqq \frac{1}{2n^2\pi}.$ 正数 d (十分大) に対して，$2n_d\pi < d \leqq 2(n_d+1)\pi$ となる自然数 n_d が定まり， $\displaystyle\int_0^{d} \frac{\sin x}{x}\,dx = b_0 + \sum_{n=1}^{n_d-1} b_n + \int_{2n_d\pi}^{d} \frac{\sin x}{x}\,dx.$ ここで，$d \to \infty$ (従って $n_d \to \infty$) とすれば，上述の b_n に関する不等式より右辺の第 2 項は収束し，$0 \leqq$ (右辺の第 3 項) $\leqq a_{2n_d} \to 0$．よって (5) の広義積分は収束する．
p.198 ↓ 9 問題 4.4.10(7) の解答	(7) $\dfrac{\pi}{2}a^2$	(7) $\dfrac{\pi}{8}a^2$
p.198 ↓ 11 問題 4.4.11(2) の解答	(2) $\dfrac{3}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{4}\log\left(3+2\sqrt{2}\right)$	(2) $\dfrac{3}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{2}\log\left(1+\sqrt{2}\right)$
p.199 ↓ 4–5 問題 5.1.3(5) の解答	(5) $f_x = \dfrac{\cos\left(\frac{x}{y}\right)}{y}$, $f_y = -\dfrac{x}{y^2}\cos\left(\dfrac{x}{y}\right)$, $f_{xx} = -\dfrac{\sin\left(\frac{x}{y}\right)}{y^2}$, $f_{xy} = f_{yx} = -\dfrac{\cos\left(\frac{x}{y}\right)}{y^2} + \dfrac{x}{y^3}\sin\left(\dfrac{x}{y}\right)$, $f_{yy} = \dfrac{2x}{y^3}\cos\left(\dfrac{x}{y}\right) - \dfrac{x^2}{y^4}\sin\left(\dfrac{x}{y}\right)$	(5) $f_x = \dfrac{1}{y}\cos\left(\dfrac{x}{y}\right)$, $f_y = -\dfrac{x}{y^2}\cos\left(\dfrac{x}{y}\right)$, $f_{xx} = -\dfrac{1}{y^2}\sin\left(\dfrac{x}{y}\right)$, $f_{xy} = f_{yx} = -\dfrac{1}{y^2}\cos\left(\dfrac{x}{y}\right) + \dfrac{x}{y^3}\sin\left(\dfrac{x}{y}\right)$, $f_{yy} = \dfrac{2x}{y^3}\cos\left(\dfrac{x}{y}\right) - \dfrac{x^2}{y^4}\sin\left(\dfrac{x}{y}\right)$
p.199 ↓ 8, 11 問題 5.1.3(7)(8)の解答	(7) $f_x = ye^{xy}$, $f_y = xe^{xy}$, $f_{xx} = y^2e^{xy}$, $f_{xy} = f_{yx} = e^{xy}+xye^{xy}$, $f_{yy} = x^2e^{xy}$ (8) $f_x = \dfrac{1}{x\log y}$, $f_y = -\dfrac{\log x}{y(\log y)^2}$, $f_{xx} = -\dfrac{1}{x^2\log y}$, $f_{xy} = f_{yx} = -\dfrac{1}{xy(\log y)^2}$, $f_{yy} = 2\dfrac{\log x}{y^2(\log y)^3} + \dfrac{\log x}{y^2(\log y)^2}$	(7) $f_x = ye^{xy}$, $f_y = xe^{xy}$, $f_{xx} = y^2e^{xy}$, $f_{xy} = f_{yx} = (1+xy)e^{xy}$, $f_{yy} = x^2e^{xy}$ (8) $f_x = \dfrac{1}{x\log y}$, $f_y = -\dfrac{\log x}{y(\log y)^2}$, $f_{xx} = -\dfrac{1}{x^2\log y}$, $f_{xy} = f_{yx} = -\dfrac{1}{xy(\log y)^2}$, $f_{yy} = \dfrac{(2+\log y)\log x}{y^2(\log y)^3}$
p.207 ↓ 2 問題 7.1.9(2) の解答	(2) $\dfrac{1}{(x+1)^3} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{1+x}\right)'' = \dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n n(n-1)x^{n-2}$ $(\lvert x\rvert < 1)$	(2) $\dfrac{1}{(x+1)^3} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{1+x}\right)'' = \dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n (n+1)(n+2)x^{n}$ $(\lvert x\rvert < 1)$
p.207 ↓ 6 問題 7.1.9(5) の解答	(5) $e^{-2x}\cos^2 x = \dfrac{e^{-2x}}{2} + \dfrac{e^{-2x}\cos 2x}{2} = \dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left\{(-2)^n + (-1)^n 2^{\frac{n}{2}}\cos\frac{n\pi}{4}\right\}\frac{x^n}{n!}$ $(-\infty < x < \infty)$	(5) $e^{-2x}\cos^2 x = \dfrac{e^{-2x}}{2} + \dfrac{e^{-2x}\cos 2x}{2} = \dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(-2)^n\left(1 + 2^{\frac{n}{2}}\cos\frac{n\pi}{4}\right)\frac{x^n}{n!}$ $(-\infty < x < \infty)$
p.207 ↑ 6 〜 p.208 ↓ 7 問題 7.2.1 の解答	**問題 7.2.1** (p.86) (1) $y = ax^2+bx+c$ (a,b,c は任意定数) (2) $y = x\,\mathrm{Sin}^{-1}x + \frac{1}{3}(x^2+2)\sqrt{1-x^2} + C_1x + C_2$ (3) $a \neq b$ のとき，$y = \dfrac{a \pm be^{(a-b)(x+C)}}{1 \pm e^{(a-b)(x+C)}}$ （複号同順） $a = b$ のとき，$y = a - 1/(x+C)$ (4) $y = a\log\dfrac{a+\sqrt{a^2-x^2}}{x} - \sqrt{a^2-x^2} + C$ (5) $z = ax+by+c$ とおく．$b \neq 0$ のとき， $3(ax+by+c)^{\frac{2}{3}}/(2b) - 3a(ax+by+c)^{\frac{1}{3}}/b^2 + (3a^2/b)\log\lvert b(ax+by+c)^{1/3}+a\rvert = x+C$ $b = 0$ のとき，$y = 3(ax+c)/4 + C$ (6) 両辺に 3 をかけると，左辺はある x の関数の導関数になる． $x^3-3axy+y^3 = C$ (7) $y^2+2xy-x^2 = C$ (8) $y^2 + y\sqrt{x^2+y^2} = x\log\lvert x\sqrt{x^2+y^2} - xy\rvert + Cx^2$ (9) $z = x-y-1$ とおく． $2x-8y+\log\lvert x-y\rvert - 9\log\lvert x-y+2\rvert = C$ (10) $u = x-1, v = y+2$ とおく． $(x-y-3)^3(7x+5y+3) = C$	**問題 7.2.1** (p.86) (1) $y = C_1x^2+C_2x+C_3$ (2) $y = x\,\mathrm{Sin}^{-1}x + (1/3)(x^2+2)\sqrt{1-x^2} + C_1x + C_2$ (3) $a \neq b$ のとき，$y = \dfrac{a - Cbe^{(a-b)x}}{1 - Ce^{(a-b)x}}$，$y = b$ $a = b$ のとき，$y = a - 1/(x+C)$，$y = a$ (4) $y = a\log\left\lvert\dfrac{a+\sqrt{a^2-x^2}}{x}\right\rvert - \sqrt{a^2-x^2} + C$ (5) $z = \sqrt[3]{ax+by+c}$ とおく．$b \neq 0$ のとき，$(3/2b)(ax+by+c)^{2/3} - (3a/b^2)(ax+by+c)^{1/3} + (3a^2/b^3)\log\lvert a+b(ax+by+c)^{1/3}\rvert = x+C$． $b = 0$ かつ $a \neq 0$ のとき，$y = (3/4a)(ax+c)^{4/3} + C$． $b = a = 0$ のとき，$y = c^{1/3}x + C$． (6) $(x^2-ay)dx + (y^2-ax)dy = 0$ と表せば完全微分形 (p.90)． $y^3-3axy+x^3 = C$ (7) $y^2+2xy-x^2 = C$ （または $y = -x \pm \sqrt{2x^2+C}$） (8) $y(\sqrt{x^2+y^2}+y) = x^2(\log[\lvert x\rvert(\sqrt{x^2+y^2}-y)] + C)$ (9) $z = x-y$ とおく．$2x-8y+\log\lvert x-y\rvert - 9\log\lvert x-y+2\rvert = C$，$y = x$，$y = x+2$ (10) $u = x-1, v = y+2$ とおく． $(x-y-3)^3(7x+5y+3) = C$
p.208 ↓ 14 〜↓ 17 問題 7.2.3 の解答	**問題 7.2.3** (p.90) (1) $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-3x} - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x}{3} - \dfrac{4}{3}$ (2) $y = C_1e^{-x} + C_2e^{2x} + \cos x - 3\sin x$ (3) $y = (-x^2+x+C_1)e^{2x} + C_2e^{3x}$ (4) $y = e^{-x}\left\{C_1 + C_2x + x\mathrm{Tan}^{-1}x - \dfrac{1}{2}\log(x^2+1)\right\}$ (5) $y = C_1e^{-3x} + C_2e^{2x} - \dfrac{1}{4}e^{-2x}$ (6) $y = C_1e^{-3x} + C_2e^{2x} - \dfrac{1}{4}e^{-2x} - \dfrac{1}{36}\sin x + \dfrac{7}{36}\cos x$	**問題 7.2.3** (p.90) (1) $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-3x} - \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{2x}{3} + \dfrac{8}{9}$ (2) $y = C_1e^{-x} + C_2e^{2x} + \cos x - 3\sin x$ (3) $y = (-x^2 - 5x + C_1)e^{2x} + C_2e^{3x}$ (4) $y = e^{-x}\left\{C_1 + C_2x + x\mathrm{Tan}^{-1}x - \dfrac{1}{2}\log(x^2+1)\right\}$ (5) $y = C_1e^{-3x} + C_2e^{2x} - \dfrac{1}{4}e^{-2x}$ (6) $y = C_1e^{-3x} + C_2e^{2x} - \dfrac{1}{4}e^{-2x} + \dfrac{7}{50}\cos x - \dfrac{1}{50}\sin x$
p.208 ↑ 9 〜↑ 4 問題 7.2.4 の解答	**問題 7.2.4** (p.95) (1) $-\sin x + x(y-x)^3 = Cx$ （積分因子は x^{-2}） (2) $x\log y - \frac{1}{2}(\log y)^2 = C$ （積分因子は y^{-1}） (3) $x + y^3 = Cx^2y$ （積分因子は $x^{-3}y^{-2}$） (4) $y - x\cos x = Cx$ $\left(d\left(\dfrac{y}{x}\right) + \sin x\,dx = 0\right)$ (5) $xy + \mathrm{Tan}^{-1}\dfrac{y}{x} = C$ $\left(d(xy) + d\left(\mathrm{Tan}^{-1}\dfrac{y}{x}\right) = 0\right)$ (6) $\dfrac{x^2}{2} + y + \log\lvert 1+xy\rvert = C$ $(x\,dx + dy + d(\log(1+xy)) = 0)$	**問題 7.2.4** (p.95) (1) $x(y-x)^3 - \sin x = Cx$ （または $y = x + \left(\dfrac{\sin x}{x} + C\right)^{1/3}$） （積分因子は $\frac{1}{x^2}$） (2) $(\log y)^2 - 2x\log y = C$ （または $y = e^{x \pm \sqrt{x^2+C}}$） （積分因子は $\frac{1}{y}$） (3) $x+y^3 = Cx^2y$ （積分因子は $\frac{1}{x^3y^2}$） (4) $y = x(\cos x + C)$ $(d(\frac{y}{x}) + \sin x\,dx = 0)$ (5) $xy + \mathrm{Tan}^{-1}\dfrac{y}{x} = C$ （または $y + x\tan(xy+C) = 0$） $(d(xy) + d(\mathrm{Tan}^{-1}\frac{y}{x}) = 0)$ (6) $y + \dfrac{x^2}{2} + \log\lvert xy+1\rvert = C$，$xy+1 = 0$ （または $(xy+1)e^{y+\frac{x^2}{2}} = C$） $(x\,dx + dy + d(\log\lvert xy+1\rvert) = 0)$

第 6 刷→第 7 刷で修正 (2020 年 12 月 30 日 初版第 7 刷)

場所	**修正前**	**修正後**
p.156 ↓8 例題 12.3 の解答	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

第 4 刷→第 5 刷で修正 (2019 年 1 月 15 日 初版第 5 刷)

場所	**修正前**	**修正後**
p.106 ↓2 問題 8.2.9 (5)	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 - 2x_5 = -14 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 - 2x_5 = -15 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 2 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$
p.106 ↓3 問題 8.2.9 (6)	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 56 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 8 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 11 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 3x_5 = -9 \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 - x_5 = -13 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 56 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 8 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 11 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 3x_5 = -9 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 - x_5 = -13 \end{cases}$
p.194 ↓10 問題 4.3.1 (11) の解答	$= \dfrac{1}{1-t^2} - \dfrac{1}{2}\log\left\lvert\dfrac{1+t}{1-t}\right\rvert$	$= \dfrac{t}{1-t^2} - \dfrac{1}{2}\log\left\lvert\dfrac{1+t}{1-t}\right\rvert$
p.209 ↓5 問題 8.1.1 の解答	$AB = \begin{bmatrix} 75 & 48 & 102 & 113 \\ 53 & 43 & 65 & 83 \\ 53 & 43 & 74 & 83 \\ 50 & 37 & 63 & 93 \end{bmatrix}$	$AB = \begin{bmatrix} 75 & 48 & 102 & 113 \\ 53 & 43 & 65 & 83 \\ 53 & 43 & 74 & 83 \\ 50 & 37 & 63 & 78 \end{bmatrix}$

第 3 刷→第 4 刷で修正 (2018 年 2 月 15 日 初版第 4 刷)

場所	**修正前**	**修正後**
p.13 ↓4 ∼↓15 例題 2.2	**例題 2.2** はじめの 2 項が $a_1 = 1$, $a_2 = p > 1$ で与えられ, $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} \quad (n \geqq 3)$ で一般項が定まる数列 $\{a_n\}$ について，次の問に答えよ. (1) $a_n \quad (n \geqq 3)$ を n の式で表せ. (2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ を計算せよ. **【解答】** (1) $n \geqq 3$ として，$a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$ から $a_n - a_{n-1} = 2(a_{n-1} - a_{n-2})$. これを $n = 3$ から n まで辺々掛け合わせて整理すると， $a_n - a_{n-1} = 2^{n-2}(a_2 - a_1) = 2^{n-2}(p-1)$. これを $n = 3$ から n まで加えると，$a_n - a_2 = 2(p-1)\dfrac{1-2^{n-2}}{1-2}$. したがって， $a_n = 2(p-1)(2^{n-1} - 1) + p \quad (n \geqq 3)$. (2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{2(p-1)(2^n - 1) + p}{2(p-1)(2^{n-1} - 1) + p}$ $\displaystyle = \lim_{n\to\infty} \frac{2(p-1)(2 - \frac{1}{2^{n-1}}) + \frac{p}{2^{n-1}}}{2(p-1)(1 - \frac{1}{2^{n-1}}) + \frac{p}{2^{n-1}}} = 2.$ ◇	**例題 2.2** はじめの 2 項が $a_1 = 1$, $a_2 = p \neq 1$ で与えられ, $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} \quad (n \geqq 3)$ で一般項が定まる数列 $\{a_n\}$ について，次の問に答えよ. (1) a_n を n の式で表せ. (2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ を計算せよ. **【解答】** (1) $n \geqq 3$ として，$a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$ から $a_n - a_{n-1} = 2(a_{n-1} - a_{n-2})$. この関係を繰り返し用いて， $a_n - a_{n-1} = 2(a_{n-1} - a_{n-2}) = \cdots = 2^{n-2}(a_2 - a_1) = (p-1)2^{n-2}$. これを $n = 2$ から n まで加えると，$a_n - a_1 = (p-1)\dfrac{2^{n-1}-1}{2-1}$. したがって， $a_n = (p-1)(2^{n-1} - 1) + 1 \quad (n = 1$ でも成立$)$. (2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{(p-1)(2^n - 1) + 1}{(p-1)(2^{n-1} - 1) + 1}$ $\displaystyle = \lim_{n\to\infty} \frac{(p-1)(2 - \frac{1}{2^{n-1}}) + \frac{1}{2^{n-1}}}{(p-1)(1 - \frac{1}{2^{n-1}}) + \frac{1}{2^{n-1}}} = 2.$ ◇
p.13 ↑1 p.14 ↓1 問題 2.1.2 (3), (4)	$\ldots \quad (n \geqq 2)$ $\ldots \quad (n \geqq 2)$	$\ldots \quad (n \geqq 1)$ $\ldots \quad (n \geqq 1)$

第 2 刷→第 3 刷で修正 (2017 年 2 月 20 日 初版第 3 刷)

場所	**修正前**	**修正後**
p.202 ↓10 問題 5.2.13 の解答	$(-1, -1)$ で極大値 2	$(-1, -1)$ で極大値 -2

第 1 刷→第 2 刷で修正 (2016 年 1 月 10 日 初版第 2 刷)

場所	**修正前**	**修正後**
p.16 ↑1 問題 2.3.6 (1)	$(y_1 + y_2) = \cdots$	$\tan(y_1 + y_2) = \cdots$
p.141 ↑7 ↑5 例題 11.7 の解答	$\cdots + (2\lambda_2 + 3\lambda_3)\boldsymbol{a}_2 + (\lambda_1 + 3\lambda_3)\boldsymbol{a}_3 = \mathbf{0}$ $\cdots = 2\lambda_2 + 3\lambda_3 = \lambda_1 + 3\lambda_3 = 0$	$\cdots + (2\lambda_1 + 2\lambda_3)\boldsymbol{a}_2 + (3\lambda_2 + 3\lambda_3)\boldsymbol{a}_3 = \mathbf{0}$ $\cdots = 2\lambda_2 + 2\lambda_3 = 3\lambda_2 + 3\lambda_3 = 0$
p.147 ↑3 **座標**の説明文中	$\boldsymbol{u} = u_1\boldsymbol{v}_1 + u_2\boldsymbol{v}_2 + \cdots + u_n\boldsymbol{u}_n$	$\boldsymbol{u} = u_1\boldsymbol{v}_1 + u_2\boldsymbol{v}_2 + \cdots + u_n\boldsymbol{v}_n$
p.219 ↑13 ↑11 ↑10 問題 11.3.1 の解答	から順に $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3$ と名付ける $\boldsymbol{a}_1 + 15\boldsymbol{a}_2 + 6\boldsymbol{a}_3 + 13\boldsymbol{a}_3 = \mathbf{0}$ $\boldsymbol{a}_1 - \boldsymbol{a}_2 + 0\boldsymbol{a}_3 - 2\boldsymbol{a}_3 = \mathbf{0}$	から順に $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3, \cdots$ と名付ける $\boldsymbol{a}_1 + 15\boldsymbol{a}_2 + 6\boldsymbol{a}_3 + 13\boldsymbol{a}_4 = \mathbf{0}$ $\boldsymbol{a}_1 - \boldsymbol{a}_2 + 0\boldsymbol{a}_3 - 2\boldsymbol{a}_4 = \mathbf{0}$