

第 8 刷→第 9 刷で修正予定

場所	修正前	修正後
p.54 ↓ 3 例題 5.4 (1) 【解答】	$\frac{df}{dx} = \frac{\partial F}{\partial X} \cdot \frac{dX}{dx} + \frac{\partial F}{\partial Y} \cdot \frac{dY}{dx}$	$\frac{df}{dx} = \frac{\partial F}{\partial X} \cdot \frac{dX}{dx} + \frac{\partial F}{\partial Y} \cdot \frac{dY}{dx}$
p.54 ↓ 7 例題 5.4 (1) 【解答】	$\frac{dF}{dx} = YX^{Y-1} + X^Y \log X = \dots$	$\frac{dF}{dx} = YX^{Y-1} + X^Y \log X = \dots$
p.54 ↑ 3-7 例題 5.4 (2) 【解答】	合成関数の微分法を使う場合には次のようにする. $X = x^2 + y$, $Y = x + y^2$ とおく, $f = X^Y$ であるから, $f_x = \frac{\partial f}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial Y} \cdot \frac{\partial Y}{\partial x}$ これに $\frac{\partial f}{\partial X} = YX^{Y-1}$, $\frac{\partial f}{\partial Y} = X^Y \log X$, $\frac{\partial X}{\partial x} = 2x$, $\frac{\partial Y}{\partial x} = 1$	合成関数の微分法を使う場合には次のようにする. $f(x, y)$ は $F(X, Y) = X^Y$ と $X = x^2 + y$, $Y = x + y^2$ の合成関数であるから, $f_x = \frac{\partial F}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial Y} \cdot \frac{\partial Y}{\partial x}$ これに $\frac{\partial F}{\partial X} = YX^{Y-1}$, $\frac{\partial F}{\partial Y} = X^Y \log X$, $\frac{\partial X}{\partial x} = 2x$, $\frac{\partial Y}{\partial x} = 1$
p.55 ↑ 8 例題 5.5 【解答】	$\frac{df}{dx} = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dx} = \dots$	$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dx} = \dots$ (冒頭の $\frac{df}{dx} =$ を削除)
p.56 ↓ 11 問題 5.2.7	(2) $f(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{a}$	(2) $f(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{a}$ ($a > 0$)
p.57 ↑ 8 問題 5.2.8	(5) $f(x, y) = ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c$ ($ab - h^2 \neq 0$)	(5) $f(x, y) = ax^2 + 2hxy + by^2 + cx + dy + g$ ($ab - h^2 \neq 0$)
p.59 ↑ 8 例題 5.8 【解答】	$-2 \cdot x + 2 \cdot y - (z + 1) = 0$	$-2 \cdot x + 2 \cdot y - (z + 1) = 0$ $\therefore -2x + 2y - z = 1$
p.59 ↑ 3-4 問題 5.2.12	問題 5.2.12 次の曲面上の (x_0, y_0, z_0) における接平面と法線の方程式を求めよ.	問題 5.2.12 次の曲面上の (x_0, y_0, z_0) における接平面と法線の方程式を求めよ. ただし, $x_0 y_0 z_0 \neq 0$ とする.
p.200 ↑ 2-7 問題 5.2.7 の解答	問題 5.2.7 (p.56) (1) p.56 の「公式」に代入して計算すれば, $y' = \frac{y^2 + 1}{3y^2 - 2xy + 1}$, $y'' = \frac{2(y^2 + 1)(y - x)(3y^2 - 1)}{(3y^2 - 2xy + 1)^3}$ である. ところで $f(x, y) = (y^2 + 1)(y - x)$ であるから, $f(x, y) = 0$ とは実は $y = x$ である. したがって $y' = 1$, $y'' = 0$ のはずである. 上の y' と y'' を表す式に $y = x$ を代入してみればそうなっている. (2) $y' = -\sqrt{\frac{y}{x}}$, $y'' = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{y}{x}} + 1 \right) \frac{1}{x}$ (3) $y' = -\frac{e^y}{e^x}$, $y'' = \frac{e^{2y}}{e^x}$ (4) $y' = \frac{x + y}{x - y}$, $y'' = \frac{2(x^2 + y^2)}{(x - y)^3}$ (5) $y' = \frac{e^y}{1 - xe^y}$, $y'' = \frac{e^{2y}(2 - xe^y)}{(1 - xe^y)^3}$	問題 5.2.7 (p.56) (1) $y' = \frac{y^2 + 1}{3y^2 - 2xy + 1}$, $y'' = \frac{2(y^2 + 1)(y - x)(3y^2 - 1)}{(3y^2 - 2xy + 1)^3}$ (2) $y' = -\sqrt{\frac{y}{x}}$, $y'' = \frac{1}{2x} \left(\sqrt{\frac{y}{x}} + 1 \right)$ (3) $y' = -\frac{e^x(e^y - 1)}{e^y(e^x - 1)}$, $y'' = \frac{e^x(e^y - 1)(e^x + e^y)}{e^{2y}(e^x - 1)^2}$ (4) $y' = \frac{x + y}{x - y}$, $y'' = \frac{2(x^2 + y^2)}{(x - y)^3}$ (5) $y' = \frac{e^y}{1 - xe^y}$, $y'' = \frac{e^{2y}(2 - xe^y)}{(1 - xe^y)^3}$ [注意] 上の表現式は $f(x, y) = c$ (c は定数) の場合にも通用する形で書かれている. $f(x, y) = 0$ に限ればもつと簡単な形も可能. 例えば, (1) は $f(x, y) = (y^2 + 1)(y - x)$ であるから, 実は $y = x$ である. (2), (3) でも y は x の具体的な関数で表される.
p.201 ↓ 2-3 問題 5.2.8(5) の解答	(5) $ab - h^2 < 0$ のとき極値はない. $ab - h^2 > 0$ のとき $\left(\frac{hf - bg}{ab - h^2}, \frac{hg - af}{ab - h^2} \right)$ で 極値 $\frac{2fgh + abc - af^2 - bg^2 - ch^2}{ab - h^2}$. $a > 0$ なら極小, $a < 0$ なら極大.	(5) $ab - h^2 < 0$ のとき極値はない. $ab - h^2 > 0$ のとき $\left(\frac{hd - bc}{2(ab - h^2)}, \frac{hc - ad}{2(ab - h^2)} \right)$ で極値 $\frac{2hcd - ad^2 - bc^2}{4(ab - h^2)} + g$. $a > 0$ なら極小, $a < 0$ なら極大.
p.201 ↑ 5 問題 5.2.11(2) の解答	(2) $1 - \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} \right) + \frac{1}{2!} \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{2xy}{ab} + \frac{y^2}{b^2} \right) - \frac{1}{3! \exp \left(\frac{\theta x}{a} + \frac{\theta y}{b} \right)} \left(\frac{x^3}{a^3} + 3 \frac{x^2 y}{a^2 b} + 3 \frac{x y^2}{a b^2} + \frac{y^3}{b^3} \right)$	(2) $1 - \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{2xy}{ab} + \frac{y^2}{b^2} \right) - \frac{1}{6 \exp \left(\frac{\theta x}{a} + \frac{\theta y}{b} \right)} \left(\frac{x^3}{a^3} + 3 \frac{x^2 y}{a^2 b} + 3 \frac{x y^2}{a b^2} + \frac{y^3}{b^3} \right)$
p.201 ↑ 3-4 問題 5.2.12(1) の解答	問題 5.2.12 (p.59) (1) $y_0(x - x_0) + x_0(y - y_0) - (z - z_0) = 0$, $\frac{x - x_0}{y_0} = \frac{y - y_0}{x_0} = \frac{z - z_0}{-1}$	問題 5.2.12 (p.59) (1) $y_0 x + x_0 y = z + z_0$, $\frac{x - x_0}{y_0} = \frac{y - y_0}{x_0} = \frac{z - z_0}{-1}$
p.202 ↓ 9 問題 5.2.13(6) の解答	$\dots$ 極小かつ最小で値は $-2\sqrt{3}$. これ以外に, $\dots$	$\dots$ 極小かつ最小で値は $-2\sqrt{2}$. これ以外に, $\dots$

第7刷→第8刷で修正 (2021 年 12 月 30 日 初版第8刷)

場所	修正前	修正後
まえがき の向かいのページ	大野 真裕 電気通信大学 准教授 久藤 衡介 電気通信大学 准教授 山口 耕平 電気通信大学 教授 (2015 年 3 月現在)	大野 真裕 電気通信大学 教授 久藤 衡介 早稲田大学 教授 山口 耕平 電気通信大学 名誉教授 (2021 年 3 月現在)
p.38 ↓ 11 問題 4.3.1	問題 4.3.1 次の関数の不定積分を求めよ.	問題 4.3.1 次の関数の不定積分を求めよ. ($a \neq 0$)
p.38 ↑ 2 問題 4.3.1(14)	(14) $\frac{x}{\sqrt{x^2+bx+c}}$	(14) $\frac{x}{\sqrt{x^2+bx+c}}$ ($(b,c) \neq (0,0)$)
p.45 ↑ 4 問題 4.4.10(7)	(7) 極座標による表示で $r = a \cos 2\theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) ($a > 0$) が囲む面積	(7) 極座標による表示で $r = a \cos 2\theta$ ($-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$) ($a > 0$) が囲む面積
p.47 ↓ 2 p.47 ↑ 1	$f(b) = f(a) + \int_a^b f'(t)dt = f(a) - [(b-t)f'(t)]_a^b + \int_a^b f''(t)dt$ $R_n(x) = n \binom{\alpha}{n} \int_0^x \left(\frac{x-1}{1+t}\right)^{n-1} (1+t)^{\alpha-n} dt$	$f(b) = f(a) + \int_a^b f'(t)dt = f(a) - [(b-t)f'(t)]_a^b + \int_a^b (b-t)f''(t)dt$ $R_n(x) = n \binom{\alpha}{n} \int_0^x \left(\frac{x-t}{1+t}\right)^{n-1} (1+t)^{\alpha-n} dt$
p.185 ↓ 2 問題 1.2.1 の解答	問題 1.2.1 (p.7) 2 項定理によって $(1+h)^n = 1 + nh + \frac{n(n-1)}{2}h^2 + \dots + \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}h^k + \frac{n(n-1)\dots 2 \cdot 1}{n!}h^n$ である. この右辺の各項はすべて正であるから, 各項とも左辺より小さい. したがって, (1),(2),(3) が示された.	問題 1.2.1 (p.7) 2 項定理によって $(1+h)^n = 1 + nh + \frac{n(n-1)}{2}h^2 + \dots + \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}h^k + \dots + \frac{n(n-1)\dots 2 \cdot 1}{n!}h^n$ である. この右辺の各項はすべて正であるから, 各項とも左辺より小さい. したがって, (1), (2), (3) が示された.
p.185 ↓ 11 問題 1.2.4(3) の解答	(3) $-2 \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) (= 2 \sin(\theta + \frac{5\pi}{6}))$	(3) $2 \sin\left(\theta + \frac{5\pi}{6}\right)$
p.187 ↓ 5-12 問題 2.3.6 の解答	問題 2.3.6 (p.16) 与えられた関係はそれぞれ $x_1 = \tan y_1$ ($-\frac{\pi}{2} < y_1 < \frac{\pi}{2}$) および $x_2 = \tan y_2$ ($-\frac{\pi}{2} < y_2 < \frac{\pi}{2}$) と同値である. したがって, (1) は $y_1 + y_2 = \pm \frac{\pi}{2}$ のとき左辺が定義されていないが, それ以外のときは正接 (tan) の加法定理そのもので正しい. (2) は $-\frac{\pi}{2} < y_1 + y_2 < \frac{\pi}{2}$ のとき正しいが, そうでなければ左辺が $\tan^{-1}$ の定義域に入っていないから等式は成り立たない. $-\pi < y_1 + y_2 < -\frac{\pi}{2}$ のときは, $y_1 + y_2 = \tan^{-1}\left(\frac{x_1+x_2}{1-x_1x_2}\right) - \pi$ $\frac{\pi}{2} < y_1 + y_2 < \pi$ のときは, $y_1 + y_2 = \tan^{-1}\left(\frac{x_1+x_2}{1-x_1x_2}\right) + \pi$ としなければならない.	問題 2.3.6 (p.16) 与えられた関係はそれぞれ $x_1 = \tan y_1$ ($-\frac{\pi}{2} < y_1 < \frac{\pi}{2}$) および $x_2 = \tan y_2$ ($-\frac{\pi}{2} < y_2 < \frac{\pi}{2}$) と同値である. したがって, (1) は $x_1x_2 = 1$ のとき右辺が定まらないが, $x_1x_2 \neq 1$ のときは正接 (tan) の加法定理そのもので正しい. (2) は $1 - x_1x_2 = \frac{\cos(y_1+y_2)}{\cos y_1 \cos y_2}$ に注意して, $x_1x_2 < 1$ ($\Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} < y_1 + y_2 < \frac{\pi}{2}$) のとき正しいが, そうでなければ左辺が $\tan^{-1}$ の値域に入らないから等式は不成立. $x_1x_2 = 1$ かつ $x_1, x_2 \geq 0$ のときは $y_1 + y_2 = \pm \frac{\pi}{2}$. $x_1x_2 > 1$ かつ $x_1, x_2 \geq 0$ のときは $y_1 + y_2 = \tan^{-1}\left(\frac{x_1+x_2}{1-x_1x_2}\right) \pm \pi$ としなければならない. (不等号複号同順)
p.191 ↑ 4-6 問題 3.2.8 の解答	問題 3.2.8 (p.27) $e^x = e^{\frac{1}{2}} + e^{\frac{1}{2}}(x - \frac{1}{2}) + \frac{e^{\frac{1}{2}}}{2!}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \frac{e^{\frac{1}{2}}}{k!}\left(x - \frac{1}{2}\right)^k + \dots + \frac{e^{\frac{1}{2}}}{(n-1)!}\left(x - \frac{1}{2}\right)^{n-1} + \frac{e^{\frac{1}{2}} + \theta(x - \frac{1}{2})}{n!}\left(x - \frac{1}{2}\right)^n$ $= \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\sqrt{e}}{k!}\left(x - \frac{1}{2}\right)^k + \frac{e^{\frac{1}{2}+\theta(x-\frac{1}{2})}}{n!}\left(x - \frac{1}{2}\right)^n$ ($0 < \theta < 1$)	問題 3.2.8 (p.27) $e^x = e^{\frac{1}{2}} + e^{\frac{1}{2}}\left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{e^{\frac{1}{2}}}{2!}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \frac{e^{\frac{1}{2}}}{(n-1)!}\left(x - \frac{1}{2}\right)^{n-1} + \frac{e^{\frac{1}{2}+\theta(x-\frac{1}{2})}}{n!}\left(x - \frac{1}{2}\right)^n$ $= \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\sqrt{e}}{k!}\left(x - \frac{1}{2}\right)^k + \frac{e^{\frac{1}{2}+\theta(x-\frac{1}{2})}}{n!}\left(x - \frac{1}{2}\right)^n$ ($0 < \theta < 1$)
p.192 ↓ 1 問題 3.2.9(2) の解答	これから $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{\sin^2 x - x^2}{x^2 \sin^2 x} = \frac{-\frac{x^4}{3} + o(x^4)}{x^2(x^2 + o(x^2))} \rightarrow -\frac{1}{3}$ ($x \rightarrow 0$)	これから $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{\sin^2 x - x^2}{x^2 \sin^2 x} = \frac{-\frac{x^4}{3} + o(x^4)}{x^2(x^2 + o(x^2))} \rightarrow -\frac{1}{3}$ ($x \rightarrow 0$)
p.193 ↓ 7, ↓ 11 問題 4.2.1(13)(20) の解答	(13) $x^2 + \frac{1}{2} \log x^2 + 2 $ (20) $\frac{1}{12} \log x-2 - \frac{1}{24} \log x^2 + 2x + 4 - \frac{1}{4\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{x+1}{\sqrt{3}}$	(13) $x^2 + \frac{1}{2} \log (x^2 + 2)$ (20) $\frac{1}{12} \log x-2 - \frac{1}{24} \log (x^2 + 2x + 4) - \frac{1}{4\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{x+1}{\sqrt{3}}$
p.194 ↓ 2, ↓ 4-5 問題 4.3.1(4)(8)(9) の解答	(4) $2\sqrt{x} - 2 \log \sqrt{x} + 1 $ (8) $\frac{1}{2} \log x + \sqrt{x^2 + 1} - \frac{1}{4} \frac{1}{(x + \sqrt{x^2 + 1})^2}$ (9) $-\frac{1}{2} \log \sqrt[3]{x} + 2 + \frac{1}{4} \log \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4 + \frac{\sqrt{3}}{2} \tan^{-1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{3}}$	(4) $2\sqrt{x} - 2 \log (\sqrt{x} + 1)$ (8) $\frac{1}{2} \log (x + \sqrt{x^2 + 1}) - \frac{1}{4} \frac{1}{(x + \sqrt{x^2 + 1})^2}$ (9) $-\frac{1}{2} \log \sqrt[3]{x} + 2 + \frac{1}{4} \log (\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4) + \frac{\sqrt{3}}{2} \tan^{-1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{3}}$
p.194 ↓ 8 問題 4.3.1(11) の解答	$\int \sqrt{\frac{x-1}{x}} dx = \int t \cdot \frac{2t}{(1-t^2)^2} dt = \int t \cdot \frac{1}{1-t^2} - \int \frac{dt}{1-t^2}$ (部分積分)	$\int \sqrt{\frac{x-1}{x}} dx = \int t \cdot \frac{2t}{(1-t^2)^2} dt = t \cdot \frac{1}{1-t^2} - \int \frac{dt}{1-t^2}$ (部分積分)
p.195 ↓ 5-6 問題 4.3.1(12) の解答	$= -2a \left(y \sqrt{\frac{y-1}{y}} - \frac{1}{2} \left \frac{1 + \sqrt{\frac{y-1}{y}}}{1 - \sqrt{\frac{y-1}{y}}} \right \right)$ $= (x-a) \sqrt{\frac{x+a}{x-a}} + a \left \frac{1 + \sqrt{\frac{x+a}{x-a}}}{1 - \sqrt{\frac{x+a}{x-a}}} \right $	$= -2a \left(y \sqrt{\frac{y-1}{y}} - \frac{1}{2} \log \left \frac{1 + \sqrt{\frac{y-1}{y}}}{1 - \sqrt{\frac{y-1}{y}}} \right \right)$ $= (x-a) \sqrt{\frac{x+a}{x-a}} + a \log \left \frac{1 + \sqrt{\frac{x+a}{x-a}}}{1 - \sqrt{\frac{x+a}{x-a}}} \right $
p.195 ↑ 6 問題 4.3.1(15) の解答	(15) $-2 \tan^{-1} (\sqrt{x^2 + 3x - 1} - 1)$ または ...	(15) $2 \tan^{-1} (\sqrt{x^2 + 3x - 1} - 1)$ または ...
p.196 ↓ 2-3 問題 4.3.1(15) の解答	となる. これらの結果の差は $\tan^{-1}(x + \sqrt{x^2 + 3x - 1}) - \tan^{-1}(-x + \sqrt{x^2 + 3x - 1})$ $= \begin{cases} \tan^{-1} \frac{2}{3} & \left(x > \frac{-3 + \sqrt{13}}{2}\right) \\ \tan^{-1} \frac{2}{3} - \pi & \left(x < \frac{-3 - \sqrt{13}}{2}\right) \end{cases}$ である (問題 2.3.6 参照).	これらの結果の差は $2 \left(\tan^{-1}(x + \sqrt{x^2 + 3x - 1}) - \tan^{-1}(-x + \sqrt{x^2 + 3x - 1}) \right)$ $= \begin{cases} 2 \tan^{-1} \frac{2}{3} & \left(x > \frac{-3 + \sqrt{13}}{2}\right) \\ 2 \tan^{-1} \frac{2}{3} - 2\pi & \left(x < \frac{-3 - \sqrt{13}}{2}\right) \end{cases}$ である (問題 2.3.6 参照).
p.196 ↓ 9 問題 4.3.2(3) の解答	$= \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{a^2 - 1}} \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{a-1}{a+1}} \tan \frac{x}{2} \right) & (a > 1) \\ -\frac{2}{\sqrt{a^2 - 1}} \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{a-1}{a+1}} \tan \frac{x}{2} \right) & (-a < 1) \end{cases},$	$= \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{a^2 - 1}} \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{a-1}{a+1}} \tan \frac{x}{2} \right) & (a > 1) \\ -\frac{2}{\sqrt{a^2 - 1}} \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{a-1}{a+1}} \tan \frac{x}{2} \right) & (a < -1) \end{cases},$

第7刷→第8刷で修正（前頁から続く）

場所	修正前	修正後
p.196 ↑ 6 問題 4.3.2(8) の解答	(8) $\log \frac{\tan^2 \frac{x}{2} + 3}{\tan^2 \frac{x}{2} + 1} + \frac{4}{\sqrt{3}} \operatorname{Tan}^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \tan \frac{x}{2} \right)$	(8) $\log (2 + \cos x) + \frac{4}{\sqrt{3}} \operatorname{Tan}^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \tan \frac{x}{2} \right)$
p.197 ↓ 6 問題 4.4.4(7) の解答	(7) $\frac{1}{a} \log \frac{(e^a + 1)^2}{4e^a}$	(7) $\frac{2}{a} \log \frac{e^a + 1}{2} - 1$ または $\frac{2}{a} \log \left(\cosh \frac{a}{2} \right)$
p.197 問題 4.4.6(4)(5) の解答	(4),(5) について: $x = 0$ の近くでの被積分関数の挙動は簡単にわかる (有界連続である) から以下 $x \rightarrow \infty$ のときの挙動を問題にする. 以下のことを理解するには級数に関する初等的知識が必要である. (4) について: $\left \frac{\sin x}{x} \right \geq \begin{cases} \frac{2(x - n\pi)}{\left(n + \frac{1}{2}\pi\right)\pi} & n\pi \leq x \leq \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \\ \frac{2(-x + (n+1)\pi)}{\left(n + \frac{1}{2}\pi\right)\pi} & \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \leq x \leq (n+1)\pi \end{cases} \quad (n = 1, 2, \dots)$ に注意すれば (このことは図を描いてみればすぐわかる), $\int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \left \frac{\sin x}{x} \right dx > \frac{1}{2n+1}$ であるから, $0 < n < T$ のとき $\int_0^T \left \frac{\sin x}{x} \right dx > \int_0^{n\pi} \left \frac{\sin x}{x} \right dx > \sum_{m=1}^{n-1} \frac{1}{2m+1}$ となる. この右辺は $n \rightarrow \infty$ のとき ∞ に発散する. したがって (4) の積分は発散する. (5) について: m が正の整数のとき, $0 < \int_{2m}^{2m+1} \frac{\sin x}{x} dx < \frac{1}{2m}$ である. 一方, $0 > \int_{2m+1}^{2m+2} \frac{\sin x}{x} dx > -\frac{1}{2m+1}$ である. したがって, 級数 $\sum_{n=0}^{\infty} \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{\sin x}{x} dx$ は交項級数であって, かつその項は $n \rightarrow \infty$ のとき 0 に収束するから, この級数は収束している. この級数の収束から積分の収束が得られることは $n\pi \leq T \leq (n+1)\pi$ である T について $\left \int_{n\pi}^T \frac{\sin x}{x} dx \right \leq \frac{1}{n}$ となることからわかる.	(4) について: $a_n = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{\sin x}{x} dx = (-1)^n \int_0^\pi \frac{\sin x}{x + n\pi} dx$ ($n \geq 0$) とおく. $\sin x$ は積分区間内で符号を変えないから, $ a_n = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \left \frac{\sin x}{x} \right dx = \int_0^\pi \frac{\sin x}{x + n\pi} dx \geq \int_0^\pi \frac{\sin x}{(n+1)\pi} dx \geq \frac{2}{(n+1)\pi}.$ 同様に $a_n \leq \frac{2}{n\pi}$ ($n \geq 1$, (5) の最後で用いる). これより, $m \geq 1$ に対して $\int_0^m \left \frac{\sin x}{x} \right dx = \sum_{n=0}^{m-1} \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \left \frac{\sin x}{x} \right dx \geq \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^m \frac{1}{n} \rightarrow \infty \quad (m \rightarrow \infty).$ よって (4) の広義積分は (∞) に発散する. (5) について: $b_n = \int_{2n\pi}^{2(n+1)\pi} \frac{\sin x}{x} dx = a_{2n} - a_{2n+1}$ ($n \geq 0$) とおく. $n \geq 1$ なら $0 < b_n = \int_0^\pi \left(\frac{\sin x}{x + 2n\pi} - \frac{\sin x}{x + (2n+1)\pi} \right) dx = \int_0^\pi \frac{\pi \sin x}{(x + 2n\pi)(x + (2n+1)\pi)} dx \leq \frac{2}{2n(2n+1)\pi} \leq \frac{1}{2n^2\pi}.$ 正数 d (十分大) に対して, $2nd\pi < d \leq 2(n+1)\pi$ となる自然数 n_d が定まり, $\int_0^d \frac{\sin x}{x} dx = b_0 + \sum_{n=1}^{n_d-1} b_n + \int_{2n_d\pi}^d \frac{\sin x}{x} dx.$ ここで, $d \rightarrow \infty$ (従って $n_d \rightarrow \infty$) とすれば, 上述の b_n に関する不等式より右辺の第2項は収束し, $0 \leq$ (右辺の第3項) $\leq a_{2n_d} \rightarrow 0$. よって (5) の広義積分は収束する.
p.198 ↓ 9 問題 4.4.10(7) の解答	(7) $\frac{\pi}{2} a^2$	(7) $\frac{\pi}{8} a^2$
p.198 ↓ 11 問題 4.4.11(2) の解答	(2) $\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{4} \log (3 + 2\sqrt{2})$	(2) $\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \log (1 + \sqrt{2})$
p.199 ↓ 4-5 問題 5.1.3(5) の解答	(5) $f_x = \frac{\cos\left(\frac{x}{y}\right)}{y}, \quad f_y = -\frac{x}{y^2} \cos\left(\frac{x}{y}\right), \quad f_{xx} = -\frac{\sin\left(\frac{x}{y}\right)}{y^2}, \quad f_{xy} = f_{yx} = -\frac{\cos\left(\frac{x}{y}\right)}{y^2} + \frac{x}{y^3} \sin\left(\frac{x}{y}\right), \quad f_{yy} = \frac{2x}{y^3} \cos\left(\frac{x}{y}\right) - \frac{x^2}{y^4} \sin\left(\frac{x}{y}\right)$	(5) $f_x = \frac{1}{y} \cos\left(\frac{x}{y}\right), \quad f_y = -\frac{x}{y^2} \cos\left(\frac{x}{y}\right), \quad f_{xx} = -\frac{1}{y^2} \sin\left(\frac{x}{y}\right), \quad f_{xy} = f_{yx} = -\frac{1}{y^2} \cos\left(\frac{x}{y}\right) + \frac{x}{y^3} \sin\left(\frac{x}{y}\right), \quad f_{yy} = \frac{2x}{y^3} \cos\left(\frac{x}{y}\right) - \frac{x^2}{y^4} \sin\left(\frac{x}{y}\right)$
p.199 ↓ 8, 11 問題 5.1.3(7)(8) の解答	(7) $f_x = ye^{xy}, \quad f_y = xe^{xy}, \quad f_{xx} = y^2 e^{xy}, \quad f_{xy} = f_{yx} = e^{xy} + xy e^{xy}, \quad f_{yy} = x^2 e^{xy}$ (8) $f_x = \frac{1}{x \log y}, \quad f_y = -\frac{\log x}{y(\log y)^2}, \quad f_{xx} = -\frac{1}{x^2 \log y}, \quad f_{xy} = f_{yx} = -\frac{1}{xy(\log y)^2}, \quad f_{yy} = 2 \frac{\log x}{y^2(\log y)^3} + \frac{\log x}{y^2(\log y)^2}$	(7) $f_x = ye^{xy}, \quad f_y = xe^{xy}, \quad f_{xx} = y^2 e^{xy}, \quad f_{xy} = f_{yx} = (1 + xy)e^{xy}, \quad f_{yy} = x^2 e^{xy}$ (8) $f_x = \frac{1}{x \log y}, \quad f_y = -\frac{\log x}{y(\log y)^2}, \quad f_{xx} = -\frac{1}{x^2 \log y}, \quad f_{xy} = f_{yx} = -\frac{1}{xy(\log y)^2}, \quad f_{yy} = \frac{(2 + \log y) \log x}{y^2(\log y)^3}$
p.207 ↓ 2 問題 7.1.9(2) の解答	(2) $\frac{1}{(x+1)^3} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1+x} \right)'' = \frac{1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n n(n-1) x^{n-2} \quad (x < 1)$	(2) $\frac{1}{(x+1)^3} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1+x} \right)'' = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (n+1)(n+2) x^n \quad (x < 1)$
p.207 ↓ 6 問題 7.1.9(5) の解答	(5) $e^{-2x} \cos^2 x = \frac{e^{-2x}}{2} + \frac{e^{-2x} \cos 2x}{2} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ (-2)^n + (-1)^n 2^{\frac{n}{2}} \cos \frac{n\pi}{4} \right\} \frac{x^n}{n!} \quad (-\infty < x < \infty)$	(5) $e^{-2x} \cos^2 x = \frac{e^{-2x}}{2} + \frac{e^{-2x} \cos 2x}{2} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-2)^n \left(1 + 2^{\frac{n}{2}} \cos \frac{n\pi}{4} \right) \frac{x^n}{n!} \quad (-\infty < x < \infty)$
p.207 ↑ 6 ～ p.208 ↓ 7 問題 7.2.1 の解答	問題 7.2.1 (p.86) (1) $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c は任意定数) (2) $y = x \sin^{-1} x + \frac{1}{3}(x^2 + 2)\sqrt{1 - x^2} + C_1 x + C_2$ (3) $a \neq b$ のとき, $y = \frac{a \pm be^{(a-b)(x+C)}}{1 \pm e^{(a-b)(x+C)}}$ (複号同順) $a = b$ のとき, $y = a - 1/(x+C)$ (4) $y = a \log \frac{a + \sqrt{a^2 - x^2}}{x} - \sqrt{a^2 - x^2} + C$ (5) $z = ax + by + c$ とおく. $b \neq 0$ のとき, $3(ax + by + c)^{\frac{2}{3}} / (2b) - 3a(ax + by + c)^{\frac{2}{3}} / b^2 + (3a^2/b) \log b(ax + by + c)^{1/3} + a = x + C$ $b = 0$ のとき, $y = 3(ax + c)/4 + C$ (6) 両辺に 3 をかけると, 左辺はある x の関数の導関数になる. $x^3 - 3axy + y^3 = C$ (7) $y^2 + 2xy - x^2 = C$ (8) $y^2 + y\sqrt{x^2 + y^2} = x \log x\sqrt{x^2 + y^2} - y + Cx^2$ (9) $z = x - y - 1$ とおく. $2x - 8y + \log x - y - 9 \log x - y + 2 = C$ (10) $u = x - 1, v = y + 2$ とおく. $(x - y - 3)^3(7x + 5y + 3) = C$	問題 7.2.1 (p.86) (1) $y = C_1 x^2 + C_2 x + C_3$ (2) $y = x \sin^{-1} x + (1/3)(x^2 + 2)\sqrt{1 - x^2} + C_1 x + C_2$ (3) $a \neq b$ のとき, $y = \frac{a - Cbe^{(a-b)x}}{1 - C_1 e^{(a-b)x}}, y = b$ $a = b$ のとき, $y = a - 1/(x+C), y = a$ (4) $y = a \log \left \frac{a + \sqrt{a^2 - x^2}}{x} \right - \sqrt{a^2 - x^2} + C$ (5) $z = \sqrt[3]{ax + by + c}$ とおく. $b \neq 0$ のとき, $(3/2b)(ax + by + c)^{2/3} - (3a/b^2)(ax + by + c)^{1/3} + (3a^2/b^3) \log a + b(ax + by + c)^{1/3} = x + C$. $b = 0$ かつ $a \neq 0$ のとき, $y = (3/4a)(ax + c)^{4/3} + C$. $b = a = 0$ のとき, $y = c^{1/3} x + C$. (6) $(x^3 - ay)dx + (y^2 - ax)dy = 0$ と表せば完全微分形 (p.90). $y^3 - 3axy + x^3 = C$ (7) $y^2 + 2xy - x^2 = C$ (または $y = -x \pm \sqrt{2x^2 + C}$) (8) $y(\sqrt{x^2 + y^2} + y) = x^2 (\log x (\sqrt{x^2 + y^2} - y)) + C$ (9) $z = x - y$ とおく. $2x - 8y + \log x - y - 9 \log x - y + 2 = C, y = x, y = x + 2$ (10) $u = x - 1, v = y + 2$ とおく. $(x - y - 3)^3(7x + 5y + 3) = C$
p.208 ↓ 14 ~ ↓ 17 問題 7.2.3 の解答	問題 7.2.3 (p.90) (1) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x} - \frac{x^2}{2} + \frac{x}{3} - \frac{4}{3}$ (2) $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x} + \cos x - 3 \sin x$ (3) $y = (-x^2 + x + C_1)e^{2x} + C_2 e^{3x}$ (4) $y = e^{-x} \left\{ C_1 + C_2 x + x \operatorname{Tan}^{-1} x - \frac{1}{2} \log(x^2 + 1) \right\}$ (5) $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{2x} - \frac{1}{4} e^{-2x}$ (6) $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{2x} - \frac{1}{4} e^{-2x} - \frac{1}{36} \sin x + \frac{7}{36} \cos x$	問題 7.2.3 (p.90) (1) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x} - \frac{x^2}{2} - \frac{2x}{3} + \frac{8}{9}$ (2) $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x} + \cos x - 3 \sin x$ (3) $y = (-x^2 - 5x + C_1)e^{2x} + C_2 e^{3x}$ (4) $y = e^{-x} \left\{ C_1 + C_2 x + x \operatorname{Tan}^{-1} x - \frac{1}{2} \log(x^2 + 1) \right\}$ (5) $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{2x} - \frac{1}{4} e^{-2x}$ (6) $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{2x} - \frac{1}{4} e^{-2x} + \frac{7}{50} \cos x - \frac{1}{50} \sin x$
p.208 ↑ 9 ~ ↑ 4 問題 7.2.4 の解答	問題 7.2.4 (p.95) (1) $-\sin x + x(y - x)^3 = Cx$ (積分因子は x^{-2}) (2) $x \log y - \frac{1}{2}(\log y)^2 = C$ (積分因子は y^{-1}) (3) $x + y^3 = Cx^2 y$ (積分因子は $x^{-3} y^{-2}$) (4) $y - x \cos x = Cx \left(d\left(\frac{y}{x}\right) + \sin x dx = 0 \right)$ (5) $xy + \operatorname{Tan}^{-1} \frac{y}{x} = C \left(d(xy) + d\left(\operatorname{Tan}^{-1} \frac{y}{x}\right) = 0 \right)$ (6) $\frac{x^2}{2} + y + \log 1 + xy = C$ ($x dx + dy + d(\log(1 + xy)) = 0$)	問題 7.2.4 (p.95) (1) $x(y - x)^3 - \sin x = Cx$ (または $y = x + \left(\frac{\sin x}{x} + C\right)^{1/3}$) (積分因子は $\frac{1}{x^2}$) (2) $(\log y)^2 - 2x \log y = C$ (または $y = e^{\pm \sqrt{x^2 + C}}$) (積分因子は $\frac{1}{y}$) (3) $x + y^3 = Cx^2 y$ (積分因子は $\frac{1}{x^3 y^2}$) (4) $y = x(\cos x + C)$ ($d(\frac{y}{x}) + \sin x dx = 0$) (5) $xy + \operatorname{Tan}^{-1} \frac{y}{x} = C$ (または $y + x \tan(xy + C) = 0$) ($d(xy) + d(\operatorname{Tan}^{-1} \frac{y}{x}) = 0$) (6) $y + \frac{x^2}{2} + \log xy + 1 = C, xy + 1 = 0$ (または $(xy + 1)e^{y + \frac{x^2}{2}} = C$) ($x dx + dy + d(\log xy + 1) = 0$)

第 6 刷→第 7 刷で修正 (2020 年 12 月 30 日 初版第 7 刷)

場所	修正前	修正後
p.156 ↓ 8 例題 12.3 の解答	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & \mathbf{1} \end{bmatrix}$

第 4 刷→第 5 刷で修正 (2019 年 1 月 15 日 初版第 5 刷)

場所	修正前	修正後
p.106 ↓ 2 問題 8.2.9 (5)	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 - 2x_5 = -14 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 - 2x_5 = \mathbf{-15} \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = \mathbf{2} \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = \mathbf{4} \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = \mathbf{1} \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = \mathbf{0} \end{cases}$
p.106 ↓ 3 問題 8.2.9 (6)	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 56 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 8 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 11 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 3x_5 = -9 \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 - x_5 = -13 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 56 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 8 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 11 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 3x_5 = -9 \\ 2x_1 - 3x_2 + \mathbf{2}x_3 - x_4 - x_5 = -13 \end{cases}$
p.194 ↓ 10 問題 4.3.1 (11) の解答	$= \frac{1}{1-t^2} - \frac{1}{2} \log \left \frac{1+t}{1-t} \right $	$= \frac{\mathbf{t}}{1-t^2} - \frac{1}{2} \log \left \frac{1+t}{1-t} \right $
p.209 ↓ 5 問題 8.1.1 の解答	$AB = \begin{bmatrix} 75 & 48 & 102 & 113 \\ 53 & 43 & 65 & 83 \\ 53 & 43 & 74 & 83 \\ 50 & 37 & 63 & 93 \end{bmatrix}$	$AB = \begin{bmatrix} 75 & 48 & 102 & 113 \\ 53 & 43 & 65 & 83 \\ 53 & 43 & 74 & 83 \\ 50 & 37 & 63 & \mathbf{78} \end{bmatrix}$

第 3 刷→第 4 刷で修正 (2018 年 2 月 15 日 初版第 4 刷)

場所	修正前	修正後
p.13 ↓ 4 ~ ↓ 15 例題 2.2	例題 2.2 はじめの 2 項が[†] $a_1 = 1, a_2 = p > 1$ で与えられ、 $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} \quad (n \geq 3)$ で一般項が定まる数列 $\{a_n\}$ について、次の問に答えよ、 (1) $a_n \quad (n \geq 3)$ を n の式で表せ、 (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ を計算せよ、 【解答】 (1) $n \geq 3$ として、$a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$ から $a_n - a_{n-1} = 2(a_{n-1} - a_{n-2})$. これを $n = 3$ から n まで辺々掛け合わせて整理すると、 $a_n - a_{n-1} = 2^{n-2}(a_2 - a_1) = 2^{n-2}(p-1).$ これを $n = 3$ から n まで加えると、$a_n - a_2 = 2(p-1) \frac{1-2^{n-2}}{1-2}$. したがって、 $a_n = 2(p-1)(2^{n-1} - 1) + p \quad (n \geq 3).$ (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(p-1)(2^n - 1) + p}{2(p-1)(2^{n-1} - 1) + p}$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(p-1)(2 - \frac{1}{2^{n-1}}) + \frac{p}{2^{n-1}}}{2(p-1)(1 - \frac{1}{2^{n-1}}) + \frac{p}{2^{n-1}}} = 2. \quad \diamond$	例題 2.2 はじめの 2 項が[†] $a_1 = 1, a_2 = p \neq 1$ で与えられ、 $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} \quad (n \geq 3)$ で一般項が定まる数列 $\{a_n\}$ について、次の問に答えよ、 (1) a_n を n の式で表せ、 (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ を計算せよ、 【解答】 (1) $n \geq 3$ として、$a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$ から $a_n - a_{n-1} = 2(a_{n-1} - a_{n-2})$. この関係を繰り返し用いて、 $a_n - a_{n-1} = 2(a_{n-1} - a_{n-2}) = \cdots = 2^{n-2}(a_2 - a_1) = (p-1)2^{n-2}.$ これを $n = 2$ から n まで加えると、$a_n - a_1 = (p-1) \frac{2^{n-1} - 1}{2-1}$. したがって、 $a_n = (p-1)(2^{n-1} - 1) + 1 \quad (n = 1 \text{ でも成立}).$ (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(p-1)(2^n - 1) + 1}{(p-1)(2^{n-1} - 1) + 1}$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(p-1)(2 - \frac{1}{2^{n-1}}) + \frac{1}{2^{n-1}}}{(p-1)(1 - \frac{1}{2^{n-1}}) + \frac{1}{2^{n-1}}} = 2. \quad \diamond$
p.13 ↑ 1 p.14 ↓ 1 問題 2.1.2 (3), (4)	... $(n \geq 2)$... $(n \geq 2)$	... $(n \geq \mathbf{1})$... $(n \geq \mathbf{1})$

第 2 刷→第 3 刷で修正 (2017 年 2 月 20 日 初版第 3 刷)

場所	修正前	修正後
p.202 ↓ 10 問題 5.2.13 の解答	$(-1, -1)$ で極大値 2	$(-1, -1)$ で極大値 $\mathbf{-2}$

第 1 刷→第 2 刷で修正 (2016 年 1 月 10 日 初版第 2 刷)

場所	修正前	修正後
p.16 ↑1 問題 2.3.6 (1)	$(y_1 + y_2) = \cdots$	$\text{tan}(y_1 + y_2) = \cdots$
p.141 ↑7 ↑5 例題 11.7 の解答	$\cdots + (2\lambda_2 + 3\lambda_3)\mathbf{a}_2 + (\lambda_1 + 3\lambda_3)\mathbf{a}_3 = \mathbf{0}$ $\cdots = 2\lambda_2 + 3\lambda_3 = \lambda_1 + 3\lambda_3 = 0$	$\cdots + (2\lambda_1 + \textcolor{red}{2}\lambda_3)\mathbf{a}_2 + (\textcolor{red}{3}\lambda_2 + 3\lambda_3)\mathbf{a}_3 = \mathbf{0}$ $\cdots = 2\lambda_2 + \textcolor{red}{2}\lambda_3 = \textcolor{red}{3}\lambda_2 + 3\lambda_3 = 0$
p.147 ↑3 座標の説明文中	$\mathbf{u} = u_1\mathbf{v}_1 + u_2\mathbf{v}_2 + \cdots + u_n\mathbf{u}_n$	$\mathbf{u} = u_1\mathbf{v}_1 + u_2\mathbf{v}_2 + \cdots + u_n\textcolor{red}{v}_n$
p.219 ↑13 ↑11 ↑10 問題 11.3.1 の解答	から順に $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ と名付ける $\mathbf{a}_1 + 15\mathbf{a}_2 + 6\mathbf{a}_3 + 13\mathbf{a}_3 = \mathbf{0}$ $\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2 + 0\mathbf{a}_3 - 2\mathbf{a}_3 = \mathbf{0}$	から順に $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \textcolor{red}{\cdots}$ と名付ける $\mathbf{a}_1 + 15\mathbf{a}_2 + 6\mathbf{a}_3 + 13\mathbf{a}_{\textcolor{red}{4}} = \mathbf{0}$ $\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2 + 0\mathbf{a}_3 - 2\mathbf{a}_{\textcolor{red}{4}} = \mathbf{0}$