

数学演習第一

第1回 微積：逆三角関数，極限值

2015年4月29日 実施

1 演習書 問題 2.2.1 (1), (6), (7), (8), (9), (11), (12), (13): 次の極限値を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax - \sin bx}{x} \quad (ab \neq 0) \qquad (6) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x + \frac{\pi}{6}) - 1}{x - \frac{\pi}{3}}$$
$$(7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \tan x} \qquad (8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\sin x)}{\tan x} \qquad (9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3^x - 2^x}$$
$$(11) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2} - 0} \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \tan x \qquad (12) \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}} \qquad (13) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$$

Hint:

- 次の関数の極限値が基本:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x} = 1 \quad (\text{後ろ 2 つは } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \text{ より})$$

- (12), (13) については，まず対数をとった関数の極限値を求める.

2 演習書 問題 2.3.1 【改題】: 次の値を求めよ.

$$(1) \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) \qquad (2) \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad (3) \sin^{-1}\left(\sin \frac{3\pi}{5}\right)$$
$$(4) \tan^{-1}\left(\tan \frac{4\pi}{7}\right) \qquad (5) \sin(\tan^{-1}(-2)) \qquad (6) \tan\left(\cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)\right)$$

3 演習書 問題 2.3.3 (1), (2), (3): 次の方程式を解け.

$$(1) \cos^{-1} x = \tan^{-1} 2 \qquad (2) \sin^{-1} x + 2 \sin^{-1} \frac{1}{4} = \frac{\pi}{2} \qquad (3) \tan^{-1} x + 2 \tan^{-1} \frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$$

4 演習書 問題 2.3.5 (2): 次の等式を証明せよ.

$$\sin(\tan^{-1} x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$