

数学演習第一（第5回）微積：極値、関数の増減、ロピタルの定理

2015年6月3日 実施

1 次の関数の増減を調べて極値を求めよ.

$$(1) f(x) = \frac{3}{2x} + \text{Tan}^{-1} \frac{x}{2} \quad (2) f(x) = 4 \tanh x - x$$

2 演習書 問題 3.2.2 ((2), (3) は改題) : 次の極限值を求めよ. ただし,  $a, b$  は正の定数とする.

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} x \log \frac{x-1}{x+1} \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Sin}^{-1} x - x}{\text{Tan}^{-1} x - x} \quad (3) \lim_{x \rightarrow 1-0} (\text{Cos}^{-1} x)^2 \tan \frac{\pi x}{2}$$
$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} x \left( \frac{\pi}{2} - \text{Tan}^{-1} x \right) \quad (5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{x - \log x - 1} \quad (6) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{a^x + b^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}$$

3 関数  $f(x) = x^p \log x$  に対して次の問いに答えよ. ただし,  $p > 0$  とする.

- (1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +0} f(x)$  をそれぞれ求めよ.
- (2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x), \lim_{x \rightarrow +0} f'(x)$  をそれぞれ求めよ.
- (3)  $f(x)$  の増減を調べて極値を求めよ.
- (4)  $f(x)$  の代わりに  $g(x) = x^{x^p}$  として, (1)~(3) を求めよ.

4 関数  $f(x) = \frac{x \text{Cos}^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$  および  $g(x) = \sqrt{1-x^2} \text{Cos}^{-1} x - k(1-x)$  に対して次の問いに答えよ.

- (1)  $\lim_{x \rightarrow -1+0} f(x), \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x)$  をそれぞれ求めよ.
- (2)  $f(x)$  は単調な関数であることを示せ. (単調な関数の定義は微積の教科書 p.15 で確認のこと)
- (3)  $g(x)$  が極値をもつような  $k$  の値の範囲を求めよ.