

数学演習第一・中間統一試験【問題用紙】

2015年6月17日実施・試験時間90分

— 解答用紙には答えのみ記入せよ —

1 逆三角関数について次の問いに答えよ.

- (1) $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$ の値を求めよ. (2) $\sin^{-1}\left(\cos\frac{4\pi}{7}\right)$ の値を求めよ.
(3) 方程式 $\tan^{-1}x + \tan^{-1}\frac{2}{5} = \frac{\pi}{4}$ を解け.

2 次の極限值を求めよ.

- (4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{5^x - 2^x}$ (5) $\lim_{x \rightarrow 0} (e^{2x} + x)^{\frac{1}{x}}$ (6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \tan^{-1}x}{x^3}$

3 次の関数 (括弧内が定義域) の導関数を 整理された形で 求めよ. ((9) は問題の指示に従え)

- (7) $x^{\frac{1}{x}}$ ($x > 0$) (8) $\sin^{-1}\sqrt{1-x^2}$ ($0 < x < 1$)
(9) $x = \tanh y$ の逆関数を $y = g(x)$ と表すとき, その導関数 $g'(x)$ を x の式で表せ.
(ヒント: 必要なら $1 - \tanh^2 y = \frac{1}{\cosh^2 y}$ を用いよ)

4 (10) 関数 $f(x) = x + \cos^{-1}\frac{x}{2}$ ($-2 \leq x \leq 2$) の最小値を求めよ.

5 (11) 法線ベクトルが $(1, -3, 2)$ であって, 点 $(-4, 0, 3)$ を通る平面の方程式を求めよ.

6 (12) n 次正方行列 $A = [a_{ij}]$ を $a_{ij} = ij$ で定めるとき, 行列 A^2 の (i, j) 成分を i, j, n の式で表せ.
(答えにシグマ記号を用いてはならない)

7 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ に対して次の行列をそれぞれ求めよ.

- (13) AB (14) $B^t B^t A$ (15) B の簡約行列 C
(16) A の簡約行列 D に対して $MA = D$ をみたく (行基本変形の) 基本行列の積 M
(答えは積を計算しおえた形でかくこと)

8 連立1次方程式に関する以下の問いに答えよ. ただし, (18), (20) において解が任意定数を含むならば, 任意定数のおき方は標準的な方法, すなわち線形の教科書に書かれている方法 (= 演習の解答例の方法) を用いよ. また, 任意定数の文字は s, t, \dots をこの順に用いよ.

- (17)
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 = -3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 8x_4 = 9 \end{cases}$$
 の拡大係数行列に対する簡約行列を求めよ.

(18) この連立1次方程式を解け.

- (19)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + ax_3 = a - 3 \end{cases}$$
 (a は定数) が無数の解をもつような a の値を求めよ.

(20) (19) で求めた a の値に対して, この連立1次方程式を解け.