

2015年度 数学演習第一 期末統一試験 【問題用紙】

解答用紙には答えのみ記入せよ

(2015.7.29 実施 ・ 試験時間 90 分)

1 次の関数の n 次導関数を求めよ．但し， n による場合分けなどを用いず，整理された形で解答すること．

$$(1) f(x) = \frac{1}{3-2x} \quad (2) f(x) = x^2 e^{-3x}$$

2 次の関数について， $x = 0$ における 4 次の漸近展開を求めよ．すなわち， $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + o(x^4)$ ($x \rightarrow 0$) となる $(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4)$ をそれぞれの解答欄に記せ．例えば， $\frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 + o(x^4)$ ($x \rightarrow 0$) なら， $(1, 0, -1, 0, 1)$ と解答せよ．

$$(3) f(x) = \frac{1}{3-2x} \quad (4) f(x) = e^{-x^2} \log(1+x) \quad (5) f(x) = \sqrt{\cos x}$$

3 (6) 極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh x - x \cosh x}{(\tan^{-1} x)^3}$ を求めよ．

4 次の不定積分・定積分を求めよ．但し，(7) の不定積分において積分定数は省略してよい．

$$(7) \int \frac{4x^2}{4x^2+9} dx \quad (8) \int_5^{12} \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} \quad (9) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{1+\sin x} \quad (10) \int_0^1 (\sin^{-1} x)^2 dx$$

5 次の行列の逆行列を求めよ．

$$(11) \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (12) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

6 次の行列式を求めよ．但し，(16) は因数分解した形で解答すること．

$$(13) \begin{vmatrix} 7 & 4 & 1 \\ 8 & 5 & 2 \\ 9 & 6 & 3 \end{vmatrix} \quad (14) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} \quad (15) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 & -1 \\ -5 & 2 & 6 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & 3 \\ -4 & -3 & -2 & -1 \end{vmatrix} \quad (16) \begin{vmatrix} 1 & a & a & 1 \\ a & a & a & a \\ 1 & a & 1 & a \\ a & a & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

7 行列 $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ を考える．

(17) A の余因子行列 \tilde{A} の $(1, 3)$ -成分の値を求めよ．

(18) A の余因子行列 \tilde{A} の逆行列 $(\tilde{A})^{-1}$ を求めよ．

8 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & a & 1 & 0 \\ a & 1 & a & 0 \\ 1 & a & 1 & a \\ 0 & 0 & a & 1 \end{bmatrix}$ を考える．

(19) A の行列式 $|A|$ の値を求めよ．

(20) A が正則のとき， $A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ となる z の値を a の式で表せ．