数学演習第二（第６回） 微積：偏微分 [2] （テーラーの定理 極値）

2015 年 11 月 18 日

$\boxed{1}$ (演習書 問題 5.2.10(1),(2) および 5.2.11(1))

次の関数を 3 次の項までマクローリン展開せよ (剰余項は求めなくてよい).

但し, マクローリン展開とは $(0,0)$ におけるテーラー展開のことをいう.

(1) $f(x,y) = e^{ax}\sin by$ (a,$b \neq 0$ は定数)　　(2) $\dfrac{1}{3+2x-y}$　　(3) $\log(1-x+2y)$

$\boxed{2}$ (演習書 問題 5.2.8 (4) 他)

次の関数 $f(x,y)$ が $(0,0)$ において極値を取るかどうか判定せよ.

(1) $f(x,y) = x^2 + y^3$　　(2) $f(x,y) = x^2 + y^4$

(3) $f(x,y) = x^2 - 2xy^2 + y^4$　　(4) $f(x,y) = 2x^3 + 2y^3 + x^2 + 2xy + y^2$

(5) $f(x,y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$

$\boxed{3}$ (演習書 問題 5.2.9 (1) 他．なお，(4), (5) は $\boxed{2}$ の (4),(5) と同じ関数)

次の関数 $f(x,y)$ に対し $f_x(x,y) = f_y(x,y) = 0$ となる (x,y) をすべて求めよ.

さらに $f(x,y)$ の極値を求めよ.

(1) $f(x,y) = x^2 - xy + y^2 - x - 4y$　　(2) $f(x,y) = x^4 - 2x^3 + x^2 + y^2$

(3) $f(x,y) = xy(x+y-1)$　　(4) $f(x,y) = 2x^3 + 2y^3 + x^2 + 2xy + y^2$

(5) $f(x,y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$