

数学演習第一 (第 5 回)

微積：極値、関数の増減、ロピタルの定理

2016 年 6 月 8 日 実施

1 次の関数の増減を調べて極値を求めよ.

$$(1) f(x) = \frac{3}{2x} + \text{Tan}^{-1} \frac{x}{2} \qquad (2) f(x) = 4 \tanh x - x$$

2 演習書 問題 3.2.2 ((2), (3) は改題)

次の極限值を求めよ. ただし, a, b は正の定数とする.

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} x \log \frac{x-1}{x+1} \qquad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Sin}^{-1} x - x}{\text{Tan}^{-1} x - x}$$
$$(3) \lim_{x \rightarrow 1-0} (\text{Cos}^{-1} x)^2 \tan \frac{\pi x}{2} \qquad (4) \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\frac{\pi}{2} - \text{Tan}^{-1} x \right)$$
$$(5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{x - \log x - 1} \qquad (6) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}$$

3 関数 $f(x) = x^p \log x$ に対して次の問いに答えよ. ただし, $p > 0$ とする.

- (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ をそれぞれ求めよ.
- (2) $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x), \lim_{x \rightarrow +0} f'(x)$ をそれぞれ求めよ.
- (3) $f(x)$ の増減を調べて極値を求めよ.
- (4) $f(x)$ の代わりに $g(x) = x^{x^p}$ として, (1)~(3) に答えよ.

4 関数 $f(x) = \frac{e^x - x - 1}{x^2} (x > 0)$ に対して次の問いに答えよ.

- (1) $\lim_{x \rightarrow +0} f(x), \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ をそれぞれ求めよ.
- (2) $f(x)$ の増減を調べよ.