

## 数学演習第一 (演習 第 6 回)

### 線形 : 連立 1 次方程式

2016 年 6 月 15 日

1 演習書問題 8.2.9 (1), (3) および 問題 8.2.10 (1), (2), (3) を解け.

2 次の連立 1 次方程式について以下の問に答えよ.

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + 2y + az = 1 \\ 2x + 4y + a^2z = a \end{cases}$$

(1) 係数行列と拡大係数行列の階数を調べよ. ( $a$  の値によって場合分けせよ.)

(2) この連立 1 次方程式の解が次のようになるための  $a$  の条件をそれぞれ求めよ.

(i) 解がただ 1 つ      (ii) 解が無数      (iii) 解なし

また, (i), (ii) の場合には解を答えよ.

3 平面上の 4 点  $(-2, -2), (-1, -1), (2, 8), (3, 9)$  を通る 2 次曲線  $y = ax^2 + bx + c$  が存在するかどうか判定せよ.

4 次の問いに答えよ.

(1) 連立 1 次方程式

$$\begin{cases} -kx + y + z = 0 \\ x - ky + z = 0 \\ x + y - kz = 0 \end{cases}$$

が  $x = y = z = 0$  以外の解を持つような  $k$  の値を全て求めよ.

(2) 行列  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  に対して,

$$A\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v} \quad (\lambda \text{ は正の実数})$$

を満たす  $\mathbf{0}$  でない 3 次元ベクトル  $\mathbf{v}$  の例を一つ挙げよ.