

平成 28 年度 数学演習第二 演習第 8 回  
微積：偏微分 [3] (陰関数・ラグランジュの未定乗数法)

2016 年 12 月 7 日 実施

[1] (演習書 問題 5.2.3) 次の 2 変数関数  $f(x, y)$  に対して,  $f(x, y) = 0$  で定まる陰関数  $y = y(x)$  について,  $y'(x), y''(x)$  をそれぞれ計算せよ. また, 曲線  $f(x, y) = 0$  上の指定された点における接線の方程式を求めよ.

(0)  $f(x, y) = 2x^2 - 2xy + y^2 - 1 \quad (-\infty < x, y < \infty) \quad (0, 1)$

(2)  $f(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{y} - 2 \quad (x \geq 0, y \geq 0) \quad (1, 1)$

(4)  $f(x, y) = \log \sqrt{x^2 + y^2} - \text{Tan}^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \quad (x \neq 0) \quad (1, 0)$

(5)  $f(x, y) = xe^y - y + 1 \quad (-\infty < x, y < \infty) \quad (-1, 0)$

[2] [1] のそれぞれの陰関数  $y = y(x)$  について, 極値が存在すれば, それらをそれぞれ求めよ. また, [1] のそれぞれの  $f(x, y)$  について, 曲線  $f(x, y) = 0$  上の点の  $y$  座標の最大値・最小値が存在すれば, それらをそれぞれ求めよ.

[3] (演習書 問題 5.2.13) ラグランジュの未定乗数法を用いて,  $g(x, y) = 0$  の下での  $f(x, y)$  の極値を求めよ. また最大値・最小値があれば求めよ.

(1)  $g(x, y) = x^2 + y^2 - 1, f(x, y) = xy$

(3)  $g(x, y) = 3x^2 - 2xy + 3y^2 - 24, f(x, y) = xy$

(6)  $g(x, y) = x^2 + y^2 - 2, f(x, y) = x^3 + y^3$