

## 数学演習第一（第5回）

微積：極値，関数の増減，ロピタルの定理

2017年5月31日 実施

1 次の関数の増減を調べて極値を求めよ.

$$(1) f(x) = \frac{3}{2x} + \operatorname{Tan}^{-1} \frac{x}{2} \qquad (2) f(x) = 4 \tanh x - x$$

ただし,  $\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$  である.

2 演習書 問題 3.2.2 ((1), (5) は改題)

次の極限值を求めよ. ただし,  $a, b$  は正の定数とする.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3} \qquad (2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2^{\sin x} - 2}{\log(\sin x)}$$
$$(3) \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\log(\sin ax)}{\log(\sin bx)} \qquad (4) \lim_{x \rightarrow \infty} x \left( \frac{\pi}{2} - \operatorname{Tan}^{-1} x \right)$$
$$(5) \lim_{x \rightarrow +0} x^{\sin x} \qquad (6) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{a^x + b^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}$$

3 関数  $f(x) = x^p \log x$  に対して次の問いに答えよ. ただし,  $p > 0$  とする.

- (1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x)$  をそれぞれ求めよ.
- (2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +0} f'(x)$  をそれぞれ求めよ.
- (3)  $f(x)$  の増減を調べて極値を求めよ.
- (4)  $f(x)$  の代わりに  $g(x) = x^{x^p}$  として, (1)~(3) に答えよ.

4 関数  $f(x) = \frac{e^x - x - 1}{x^2}$  ( $x > 0$ ) に対して次の問いに答えよ.

- (1)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  をそれぞれ求めよ.
- (2)  $f(x)$  の増減を調べよ.