

数学演習第一・中間統一試験【問題用紙】

2017年6月14日実施・試験時間90分

— 解答用紙には答えのみ記入せよ —

1 逆三角関数について次の問いに答えよ.

- (1) $\tan^{-1}(-1)$ の値を求めよ. (2) $\tan\left(2\sin^{-1}\frac{1}{3}\right)$ の値を求めよ.
(3) 関数 $y = \cos^{-1}x$ のグラフの概形を解答欄に描け. ただし, 定義域と値域が読み取れるように座標軸に必要な数値を書き入れよ.

2 次の極限值を求めよ. ただし, (6) において $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ である.

- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt[n]{6} - \sqrt{2})$ (5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin^{-1}x}{x - \tan^{-1}x}$ (6) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cosh x)^{\frac{1}{x^2}}$

3 次の関数の導関数を求めよ. ((8) は分子分母を因数分解した形で. (10) は問題の指示に従え.)

- (7) $x^{-\frac{1}{x}}$ ($x > 0$) (8) $\frac{(x-1)^5}{x^3(x+1)^2}$ ($x \neq 0, -1$) (9) $\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ ($x > 0$)
(10) $y = \sin x$ ($\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$) の逆関数を $x = f(y)$ と表すとき, その導関数 $f'(y)$ を求めよ.

4 座標空間の点 $A(1, -2, 3)$ および平面 $\alpha: 2x + 3y - z = 7$ に対して次の問いに答えよ.

- (11) 点 A を通り, 平面 α に垂直な直線の方程式を求めよ.
(12) 点 A から平面 α に垂線 AH を下ろしたとき, 平面 α 上の点 H の座標を求めよ.

5 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ について次の問いに答えよ.

- (13) A の簡約行列 B に対して $PA = B$ を満たす行列 P をいくつかの基本行列の積の形で表せ.
(P_{ij} , $P_i(c)$, $P_{ij}(c)$ という記号ではなく, 具体的な行列を用いて表記せよ.)
(14) tAA を計算せよ. (tA は A の転置行列を表す.)
(15) tAA の階数を求めよ.
(16) $A{}^tA$ の逆行列を求めよ.

6 連立1次方程式に関する以下の問いに答えよ. ただし, (18), (20) において解が任意定数を含むならば, 任意定数のおき方は標準的な方法, すなわち線形代数の教科書に書かれている方法 (= 演習の解答例の方法) に従え. また, 任意定数の文字は s, t, \dots をこの順に用いよ.

- (17)
$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x - y + 3z = 1 \\ 3x + 4y - z = a \end{cases}$$
 の解が存在するための定数 a の条件を求めよ.

(18) a が (17) の条件を満たすとき, この連立1次方程式の解を求めよ.

- (19)
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 + 4x_5 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 - 7x_3 + 3x_4 - 6x_5 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$$
 の係数行列に対する簡約行列を求めよ.

(20) この同次連立1次方程式の解を求めよ.