

平成 29 年度 数学演習第一・期末統一試験【問題用紙】

2017 年 7 月 26 日実施・試験時間 90 分

1 (1) 関数 $f(x) = x^2 e^{-x}$ の 100 次導関数 $f^{(100)}(x)$ に対して、 $f^{(100)}(x) = 0$ をみたす x の値をすべて求めよ。

2 関数 $-\log(1-x)$ ($x < 1$) の有限マクローリン展開は、ある θ ($0 < \theta < 1$) を用いて、

$$-\log(1-x) = \sum_{k=1}^{n-1} \boxed{(2)} + \boxed{(3)}$$

と表される。このとき、(2),(3) にあてはまる数式を整理された形でそれぞれ答えよ。

ただし (3) にあてはまる剰余項 $R_n(x)$ は数学演習第一で習った形で答えること。

3 次の関数 $g(x)$ の $x \rightarrow 0$ での漸近展開

$$g(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + o(x^3)$$

における係数 a_0, a_1, a_2, a_3 をこの順に書け (例えば、 $g(x) = \frac{1}{1-x^2}$ なら、1, 0, 1, 0 と答える)。

$$(4) \quad g(x) = \sqrt{1+x} \qquad (5) \quad g(x) = e^{2x} \cos x$$

4 (6) 極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\sinh^2 x} \right)$ を求めよ。

5 次の積分を整理された形でそれぞれ求めよ。ただし (7) で積分定数は省略してよい。

$$(7) \int \frac{1}{x^2+4} dx \qquad (8) \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x+2}} dx \qquad (9) \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \frac{1}{1+\cos x} dx$$

6 (10) 曲線 $y = \text{Cos}^{-1} x$ と x 軸と y 軸で囲まれた図形を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

7 次の行列の逆行列をそれぞれ求めよ。

$$(11) \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \qquad (12) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (13) \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -2 & 7 & -4 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

8 行列式に関する次の値をそれぞれ求めよ。

$$(14) \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} \qquad (15) \begin{vmatrix} 17 & 19 & 23 \\ 3 & 5 & 7 \\ 29 & 31 & 37 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 17 & 19 & 23 \\ 29 & 31 & 37 \\ 7 & 5 & 3 \end{vmatrix} \qquad (16) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 5 & 1 & 1 \\ 2 & 7 & -6 & 3 \end{vmatrix}$$

9 正方行列 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ について、次の問いにそれぞれ答えよ。

(17) A の余因子行列 \tilde{A} を求めよ。 (18) 行列 A の逆行列 A^{-1} を求めよ。

10 (19) 行列式 $\begin{vmatrix} a+b+c & -c & -b \\ -c & a+b+c & -a \\ -b & -a & a+b+c \end{vmatrix}$ を因数分解した形で求めよ。

(20) $a = 3, b = 7, c = 13$ のとき、 x, y, z に関する連立 1 次方程式

$$\begin{cases} (a+b+c)x - cy - bz = 1 \\ -cx + (a+b+c)y - az = 0 \\ -bx - ay + (a+b+c)z = 0 \end{cases}$$

をみたす y の値を求めよ。