

数学演習第一（第 11 回）微積：積分の計算 (2)

2018 年 7 月 18 日 実施

1 一部は演習書 例題 4.1.1, 問題 4.1.1

次の不定積分を求めよ. ただし, $a > 0$, $A \neq 0$ (定数) とする.

$$(1) \int \frac{dx}{x^2 + a^2} \quad (2) \int \frac{dx}{x^2 - a^2} \quad (3) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + A}} \quad (4) \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$
$$(5) \int \sqrt{x^2 + A} \, dx \quad (6) \int \sqrt{a^2 - x^2} \, dx \quad (7) \int \sin^{-1} x \, dx \quad (8) \int \tan^{-1} x \, dx$$

2 演習書 問題 4.2.1 (1), (15), (14), (13), (9) 【改題】

次の有理関数の不定積分を計算せよ.

$$(1) \int \frac{dx}{x^2 - 5x + 6} \quad (2) \int \frac{dx}{x^4 - 81} \quad (3) \int \frac{x^2 + 8}{x^2 + 9} \, dx$$
$$(4) \int \frac{2x^4 + 4x^2 + 6x}{x^2 + 2} \, dx \quad (5) \int \frac{x^2 + 2}{x^4 + 4} \, dx$$

3 演習書 問題 4.3.1 (4), (10), (15)

次の無理関数の不定積分を計算せよ.

$$(1) \int \frac{dx}{1 + \sqrt{x}} \quad (2) \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1-x}} \quad (3) \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + 3x - 1}}$$

4 演習書 問題 4.3.2 (5), (3), (4) 【一部改題】

次の三角関数の不定積分を計算せよ.

$$(1) \int \cos^4 x \, dx \quad (2) \int \frac{dx}{2 + \cos x} \quad (3) \int \frac{dx}{\cos^2 x + 4 \sin^2 x}$$

5 次の定積分の値を求めよ.

$$(1) \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{3 + 2x - x^2}} \quad (2) \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1 - x^2}} \, dx \quad (3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 + \sin x}$$

6 次の値を求めよ.

- (1) 曲線 $y = \tan^{-1} x$, 直線 $x = 1$ および x 軸で囲まれる図形の面積 S
- (2) 曲線 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$), 直線 $y = 1$ および y 軸で囲まれる図形を y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積 V
- (3) 曲線 $y = \cosh x$ ($0 \leq x \leq \log 2$) の長さ ℓ