

数学演習第一・中間統一試験【問題用紙】

2018年6月13日実施・試験時間90分

— 解答用紙には答えのみ記入せよ —

1 逆三角関数について次の問いに答えよ.

- (1) $\tan^{-1}(\tan \frac{5}{9}\pi)$ の値を求めよ. (2) 関数 $y = \sin^{-1} x$ の値域を答えよ.
(3) 方程式 $\cos^{-1} x + \tan^{-1} \frac{3}{4} = \frac{\pi}{4}$ を解け.

2 次の極限值を求めよ.

- (4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{1 - 2^x}$ (5) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} 2x \right)$ (6) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi} \cos^{-1} x \right)^{\frac{1}{x}}$

3 次の関数 (括弧内が定義域) の導関数 (ただし (10) では逆関数の微分係数) を整理された形で求めよ.

- (7) x^x ($x > 0$) (8) $\log \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$ ($-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$) (9) $\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ ($x > 0$)
(10) $y = \frac{1}{\cos x}$ ($0 < x < \frac{\pi}{2}$) の逆関数を $x = f(y)$ と表すとき, $f'(3)$ を求めよ.

4 法線ベクトルが $(4, 3, 12)$ であって, 点 $(2, 2, -1)$ を通る平面を α とする.

- (11) 平面 α の方程式を求めよ. ただし, 括弧を使わない整理された形で答えよ.
(12) 点 $(-3, 1, 1)$ と平面 α の距離を求めよ.

5 行列 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, $C = A - B$ を考える.

- (13) A の簡約行列 D に対して $PA = D$ をみたす行列 P を求めよ.
(14) tBC を計算せよ. (tB は B の転置行列を表す.)
(15) tBC の階数を求めよ.
(16) $C {}^tB$ の逆行列を求めよ.

6 連立1次方程式に関する以下の問いに答えよ. ただし, (18), (20) において解が任意定数を含むならば, 任意定数のおき方は標準的な方法, すなわち線形代数の教科書に書かれている方法 (= 演習の解答例の方法) に従え. また, 任意定数の文字は s, t, \dots をこの順に用いよ.

- (17) $\begin{cases} 2x + 3y + z = 2 \\ x - y - 2z = 1 \\ 3x + 4y + z = a \end{cases}$ の解が存在するための定数 a の条件を求めよ.

(18) a が (17) の条件を満たすとき, この連立1次方程式の解を求めよ.

- (19) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - 5x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 + 7x_3 + 4x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 8x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$ の係数行列に対する簡約行列を求めよ.

(20) この同次連立1次方程式の解を求めよ.