2018 年度 数学演習第一　期末統一試験　【問題用紙】

(2018.7.25 実施 ・ 試験時間 90 分)

1 次の関数の n 次導関数を求めよ．但し，n による場合分けはせず，整理された形で解答すること.

(1) $f(x) = x^2 e^{2x}$　　(2) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x^2+x-6}$

2 次の関数 $f(x)$ について，$x=0$ における 3 次の漸近展開 $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + o(x^3)$ $(x \to 0)$ の各次の係数を (a_0, a_1, a_2, a_3) の形でそれぞれの解答欄に記せ．例えば，$f(x) = 1 - 2x^2 + x^3 + o(x^3)$ $(x \to 0)$ なら，$(1, 0, -2, 1)$ と解答せよ．

(3) $f(x) = \dfrac{x}{1-x^2}$　　(4) $f(x) = \sqrt{4+x}$　　(5) $f(x) = e^{\sin x}$

3 (6) 極限値 $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{x(x - \sin x)}{(1-\cos x)^2}$ を求めよ.

4 次の不定積分，定積分を求めよ．但し，(7) の不定積分において積分定数は省略してよい.

(7) $\displaystyle \int \frac{dx}{x^2+4x+8}$　　(8) $\displaystyle \int_5^{12} \frac{x+2}{x\sqrt{x+4}}\,dx$　　(9) $\displaystyle \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+\cos x}\,dx$　　(10) $\displaystyle \int_0^1 \frac{x^2 \mathrm{Tan}^{-1} x}{1+x^2}\,dx$

5 次の行列の逆行列を求めよ.

(11) $\begin{bmatrix} a & -1 \\ 1 & a \end{bmatrix}$ (a は実数)　　(12) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \\ -3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$　　(13) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

6 $A = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 11 \\ 1 & 11 & 12 \\ -1 & -1 & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 7 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & -10 & 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 6 \\ 2 & 4 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ とするとき次の行列式の値を求めよ.

(14) $|A|$　　(15) $|B|$　　(16) $\left|\sqrt{3}\,C^{-1}B\right|$

7 (17) 行列 $\begin{bmatrix} \lambda-3 & -5 & -7 \\ 0 & \lambda-2 & -3 \\ 0 & -2 & \lambda-1 \end{bmatrix}$ が逆行列をもつための λ の条件を求めよ.

8 (18) 空間ベクトル $\boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{r} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ に対して，$\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}$ の作る四面体の体積を求めよ.

9 (19) 4 次正方行列 A の行ベクトル分割を $A = \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \\ \mathbf{d} \end{bmatrix}$ とし, 行列 B を $B = \dfrac{1}{2}\begin{bmatrix} 4\mathbf{a}+5\mathbf{b}+6\mathbf{c}+7\mathbf{d} \\ \mathbf{a} \\ 2\mathbf{a}+3\mathbf{b} \\ 3\mathbf{a}+4\mathbf{b}+5\mathbf{c} \end{bmatrix}$ とする．行列 A の行列式の値を $|A| = 1$ とするとき, 行列 B の行列式の値 $|B|$ を求めよ.

10 (20) 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ を考える．このとき, A の余因子行列 $\widetilde{A}$ を求めよ.