数学演習第二（第 10 回）微積：重積分 [1] (重積分の定義，累次積分)

2018 年 12 月 19 日

$\boxed{1}$ (**演習書: 問題 6.1.2** (1) 改題,(2),(4),(6)) 次の 2 重積分の値を求めよ.

(1) $\displaystyle\iint_D x^2y\,dxdy \qquad D: y \leqq x \leqq 2y,\ y \leqq 1$

(2) $\displaystyle\iint_D \sqrt{x^2-y^2}dxdy \qquad D: 0 \leqq x \leqq 1,\ 0 \leqq y \leqq x$

(4) $\displaystyle\iint_D \cos(x+y)dxdy \qquad D: x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ x+y \leqq \frac{\pi}{2}$

(6) $\displaystyle\iint_D \sqrt{x}dxdy \qquad D: x^2+y^2 \leqq x.$

$\boxed{2}$ (**演習書: 問題 6.1.3** (1),(6) 改題) 次の累次積分の順序を入れ替えよ.

(1) $\displaystyle\int_0^1 dx \int_{x^2}^{2-x} f(x,y)dy$ (6) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} dy \int_{\sin y}^{\tan y} f(x,y)\,dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} dy \int_{\sin y}^{1} f(x,y)\,dx$

$\boxed{3}$ (**演習書: 問題 6.1.4** (1) 改題,(3)) 次の 2 重積分, 累次積分の値を求めよ.

(1) $\displaystyle\iint_D \sin\left(\frac{y}{x}\right)dxdy \qquad D: 0 \leqq y \leqq \frac{\pi}{2}x,\ \frac{1}{2} \leqq x \leqq 1$

(2) $\displaystyle\int_0^1 dy \int_y^1 e^{-x^2}dx$

$\boxed{4}$ 次の空間図形の体積を求めよ.

(1) $V_1: x \geqq 0,\ x^2+y^2 \leqq 1,\ 0 \leqq z \leqq y^2$ (2) $V_2: x^2+z^2 \leqq 1,\ y^2+z^2 \leqq 1$

[手順]

(a) それぞれの立体を, 平面 $x=t$ で切った断面図を yz-平面に描く.
さらに, 断面図が空集合にならない t の範囲も求める.

(b) 同様に, 平面 $y=t$ で切った断面図を xz-平面に, 平面 $z=t$ で切った断面図を xy-平面に描く,
(断面図が空集合にならない t の範囲も求める)

(c) (a), (b) の 3 方向の断面のうち簡単なものに注目し, 体積が断面積の積分であることを利用して求める.