

数学演習第一・中間統一試験【問題用紙】

2019年6月12日実施・試験時間90分

— 解答用紙には答えのみ記入せよ —

1 逆三角関数について次の問いに答えよ.

(1) $\text{Cos}^{-1}\left(\tan \frac{3}{4}\pi\right)$ の値を求めよ. (2) $\sin(2 \text{Tan}^{-1}(-2))$ の値を求めよ.

(3) $\text{Sin}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ の値を求めよ.

2 次の極限值を求めよ.

(4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log\left(\tan^2 \frac{1}{x}\right)}{\log\left(\tan \frac{3}{x}\right)}$ (5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1}{x - \sin x}$ (6) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \text{Tan}^{-1} x\right)^{x^{-2}}$

3 次の関数 (括弧内が定義域) の導関数を整理された形で求めよ.

(7) $(\log x)^x$ ($x > 1$) (8) $\cos(\text{Sin}^{-1} x)$ ($-1 < x < 1$) (9) $\text{Cos}^{-1} \sqrt{1-x}$ ($0 < x < 1$)

4 (10) 関数 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}(x-1)^{\frac{2}{3}}$ の極値を求めよ.

(各極値 b に対して「 $x = a$ で極大値 (or 極小値) b をとる」という形で答えること)

5 平面 $\alpha: 2x - y + 2z = 3$ に関する以下の問いに答えよ.

(11) 平面 α の法線ベクトルで、長さが1, x 座標が正のものを答えよ.

(12) 点 $(-3, 1, 2)$ と平面 α の距離を求めよ.

6 $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -8 & 4 \end{bmatrix}$, $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $P = [\mathbf{p} \quad \mathbf{q}] = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ とする.

(13) $A\mathbf{p} = \lambda\mathbf{p}$ をみたす実数 λ を求めよ.

(14) $A\mathbf{q} = s\mathbf{p} + t\mathbf{q}$ をみたす実数 s, t を求めよ.

(15) $AP = PB$ となる2次の正方行列 B を答えよ.

7 (16) a を実数とするととき, $\begin{bmatrix} a-1 & 1 \\ a & 1 \end{bmatrix}$ の逆行列を求めよ.

8 連立1次方程式に関する以下の問いに答えよ. ただし, (18), (20) において解が任意定数を含むならば, 任意定数のおき方は標準的な方法, すなわち線形代数の教科書に書かれている方法 (= 演習の解答例の方法) に従え. また, 任意定数の文字は s, t, \dots をこの順に用いよ.

(17)
$$\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ 5x + 3y + 2z = 1 \\ 2x + 3y + az = 4 \end{cases}$$
 がただ一つの解をもつための定数 a の条件を求めよ.

(18) a が (17) で求めた条件をみたさないとき, (17) の方程式が解を持てばそれを求め, 持たなければ, 解なしと答えよ.

(19)
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 7x_5 = 0 \\ 6x_1 - 12x_2 + 9x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 0 \\ -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 7x_5 = 0 \\ -3x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 3x_4 + 12x_5 = 0 \end{cases}$$
 の係数行列に対する簡約行列を求めよ.

(20) この同次連立1次方程式の解を求めよ.