

# 2019年度 数学演習第一 期末統一試験 【問題用紙】

(2019.7.24 実施 ・ 試験時間 90 分)

**1** 次の関数の  $n$  次導関数を求めよ。但し、 $n$  による場合分けはせず、整理された形で解答すること。

$$(1) f(x) = \frac{1}{2x-3} \qquad (2) f(x) = x^2 e^{3x}$$

**2** 次の関数  $f(x)$  について、 $x=0$  における 3 次の漸近展開  $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + o(x^3)$  ( $x \rightarrow 0$ ) の各次の係数を  $(a_0, a_1, a_2, a_3)$  の形でそれぞれの解答欄に記せ。例えば、 $f(x) = 1 - 2x^2 + x^3 + o(x^3)$  ( $x \rightarrow 0$ ) なら、 $(1, 0, -2, 1)$  と解答せよ。

$$(3) f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+2x}} \qquad (4) f(x) = e^{2x} \log(1+3x) \qquad (5) f(x) = \frac{1}{\sin x + \cos x}$$

**3** (6) 極限值  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x - \sin x - 1)}{x - \tan^{-1}x}$  を求めよ。

**4** 次の不定積分、定積分を求めよ。但し、(7) の不定積分において積分定数は省略してよい。

$$(7) \int \frac{x^4}{x^2-1} dx \qquad (8) \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2+x-1}} \qquad (9) \int_2^6 \frac{x}{\sqrt{2x-3}} dx \qquad (10) \int_0^1 x(\tan^{-1}x)^2 dx$$

**5** 次の行列の逆行列を求めよ。

$$(11) \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \\ 4 & 10 & 3 \end{bmatrix} \qquad (12) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 2 & 4 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

**6**  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 7 \\ 2 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 3 & 3 \\ 6 & 3 & 3 & 3 \\ 6 & 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$  とするとき次の行列式の値を求めよ。

$$(13) |A| \qquad (14) |-2B| \qquad (15) |{}^tAB| \qquad (16) |C|$$

**7** (17) 空間ベクトル  $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$  に対して、 $\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{r}$  の作る平行六面体の体積を求めよ。

**8** (18) 4次正方行列  $A$  の列ベクトル分割を  $A = [\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}]$  とし、行列  $B$  を

$B = [\mathbf{a}, 2\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, 4\mathbf{a} - 4\mathbf{b} - 4\mathbf{c}, 6\mathbf{a} - 6\mathbf{b} - 6\mathbf{c} - 6\mathbf{d}]$  とする。行列  $A$  の行列式の値が  $|A| = 4$  であるとき、行列  $B$  の行列式  $|B|$  の値を求めよ。

**9** 行列  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 5 \\ 3 & 7 & 5 & 8 \\ 3 & 9 & 2 & 10 \end{bmatrix}$  を考える。

(19)  $A$  の余因子行列  $\tilde{A}$  の  $(4, 1)$  成分の値を求めよ。

(20) 行列式  $|\tilde{A}|$  の値を求めよ。