

数学演習第二 第1回 「前学期の復習」

(2019.10.2 実施)

1 次の連立一次方程式を解け.

$$(1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 - x_5 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + 6x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 - 3x_5 = 0 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 5x_4 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 6x_4 = 0 \\ x_1 + 5x_2 + 13x_3 + 9x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 12x_3 + 9x_4 = 0 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 5 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -10 \\ -3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = -6 \end{cases} \quad (4) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 3x_4 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 2 \\ 5x_1 + x_2 + 3x_3 + 6x_4 = -4 \end{cases}$$

2 次の同次連立一次方程式が非自明な解を持つための条件を求めよ.

$$(1) \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 0 \\ 3x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + ax_3 = 0 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 - (5+a)x_3 = 0 \\ 6x_1 + (4-a)x_2 - 6x_3 = 0 \\ (1-a)x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$$

3 次の連立一次方程式が解を持つための条件を求めよ.

$$(1) \begin{cases} 5x_1 + 17x_2 - 13x_3 = 2 \\ 4x_1 + 14x_2 - 12x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = a \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 5x_4 = p \\ -x_1 + 5x_2 - 7x_3 + 4x_4 = q \\ 6x_1 + x_2 + 11x_3 + 7x_4 = r \\ -3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 = s \end{cases}$$

4 次の行列の階数を求めよ. また正則な場合には逆行列を求めよ.

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 9 & 9 \\ 3 & 14 & 14 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} 6 & 3 & -4 \\ -4 & 1 & -6 \\ 1 & 2 & -5 \end{bmatrix} \quad (3) \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 2 & -2 \\ 2 & -5 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad (4) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

5 次の行列の行列式を求めよ.

$$(1) \begin{vmatrix} \lambda - 5 & -4 & -3 \\ 1 & \lambda & 3 \\ -1 & 2 & \lambda - 1 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 4 & -3 & 6 \\ 1 & 5 & 2 \end{vmatrix} \quad (3) \begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 & 2 \\ 3 & 17 & 2 & 4 \\ 2 & 11 & 4 & -3 \\ 4 & 23 & -1 & 2 \end{vmatrix} \quad (4) \begin{vmatrix} \lambda - 3 & -2 & -4 & -1 \\ 5 & \lambda + 2 & 8 & -1 \\ -2 & 0 & \lambda - 4 & 2 \\ -5 & -2 & -8 & \lambda + 1 \end{vmatrix}$$

6 次の値を求めよ.

$$(1) 2 \tan^{-1} \frac{1}{2} - \tan^{-1} \frac{1}{7} \quad (2) \cos(\tan^{-1} \sqrt{15})$$

7 次の導関数または高階導関数を求めよ.

$$(1) f(x) = \tan^{-1}(x^2 + 1) \text{ に対する } f'(x) \quad (2) f(x) = \log|x^3 - 3x + 2| \text{ に対する } f^{(n)}(x)$$

$$(3) f(x) = x^2 \sin x \text{ に対する } f^{(n)}(x)$$

8 $x = 0$ のまわりで次の関数を 4 次まで漸近展開せよ.

$$(1) \frac{e^{x^2}}{\sqrt{1+x^2}} \quad (2) \log(x + \sqrt{1+x^2})$$

9 次の極限值を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 \sin x - 6x + x^3}{xe^{x^2} - x - x^3} \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} x - x}{x^3}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} (a \tan^{-1} x)^x \quad (a > 0 \text{ は定数}) \quad (4) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

10 次の不定積分または定積分を求めよ.

$$(1) \int x^2 \tan^{-1} x dx \quad (2) \int_1^2 \frac{6x+1}{3x^2+x-2} dx \quad (3) \int_0^{\pi/3} \frac{dx}{1+2\cos x}$$

$$(4) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}} \quad (5) \int_0^{+\infty} \frac{x}{e^x} dx$$