

数学演習第二 (第 10 回)

微積：重積分 [1](重積分の定義, 累次積分)

2019 年 12 月 18 日 実施

1 (演習書: 問題 6.1.2 (1) 改題, (3), (4), (5)) 次の 2 重積分の値を求めよ.

$$(1) \iint_D x^2 y \, dx dy \quad D: y \leq x \leq 2y, y \leq 1$$

$$(2) \iint_D \sqrt{x^2 - y^2} \, dx dy \quad D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x$$

$$(4) \iint_D \cos(x + y) \, dx dy \quad D: x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq \frac{\pi}{2}$$

$$(5) \iint_D (x + y) \, dx dy \quad D: x \geq 0, y \leq 2, \sqrt{x} \leq y$$

2 (演習書: 問題 6.1.3 (1), (2)) 次の累次積分の順序を入れ替えよ.

$$(1) \int_0^1 dx \int_{x^2}^{2-x} f(x, y) \, dy \qquad (2) \int_{-a}^a dy \int_0^{\sqrt{a^2 - y^2}} f(x, y) \, dx$$

3 (演習書: 問題 6.1.4 (1)) 次の 2 重積分, 累次積分の値を求めよ.

$$(1) \iint_D \sin\left(\frac{y}{x}\right) \, dx dy \quad D: 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}x, \frac{1}{2} \leq x \leq 1$$

$$(2) \int_0^\pi dx \int_0^x e^{\sin^2 y} \cos(2x) \, dy$$

4 次の空間図形の体積を求めよ.

$$(1) V_1: x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq y^2 \qquad (2) V_2: x^2 + z^2 \leq 1, y^2 + z^2 \leq 1$$

[手順]

(a) それぞれの立体を, 平面 $x = t$ で切った断面図を yz -平面に描く.
さらに, 断面図が空集合にならない t の範囲も求める.

(b) 同様に, 平面 $y = t$ で切った断面図を xz -平面に, 平面 $z = t$ で切った断面図を xy -平面に描く.
(断面図が空集合にならない t の範囲も求める)

(c) (a), (b) の 3 方向の断面のうち簡単なものに注目し, 体積が断面積の積分である事を利用して求める.