

## 数学演習第一 演習第 11 回

### 微積：積分の計算 (2)

2020 年 8 月 12 日 実施

- 小テストの問題には番号の右上に  $\bar{\tau}$  と書いてあります. ( $\boxed{5}$ (1), (2), (3)  $\boxed{6}$ (3))
- レポート課題には番号の右上に  $\bar{\nu}$  と書いてあります. ( $\boxed{2}$ (2), (4)  $\boxed{3}$ (2)  $\boxed{4}$ (2))
- 小テストの問題, レポート課題は 2 ページ目にまとめてあります. また, レポート課題の答案には**答えだけでなく計算の過程も書いてください**.

**1** (一部は演習書 例題 4.1 問題 4.1.1) 次の不定積分を求めよ. ただし,  $a > 0$ ,  $A \neq 0$  (定数) とする.

$$(1) \int \frac{dx}{x^2 + a^2} \quad (2) \int \frac{dx}{x^2 - a^2} \quad (3) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + A}} \quad (4) \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$
$$(5) \int \sqrt{x^2 + A} dx \quad (6) \int \sqrt{a^2 - x^2} dx \quad (7) \int \sin^{-1} x dx \quad (8) \int \tan^{-1} x dx$$

**2** 次の有理関数の不定積分を求めよ.

$$(1) \int \frac{x + 1}{x^2 + 2x - 63} dx \quad (2)^{\bar{\nu}} \int \frac{dx}{x^4 - 16} \quad (3) \int \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 2} dx$$
$$(4)^{\bar{\nu}} \int \frac{3x^3 + x}{x^2 + 3} dx \quad (5) \int \frac{x^2 + 2}{x^4 + 4} dx \quad (6) \int \frac{x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)^2} dx$$

**3** (一部は演習書 問題 4.3.1) 次の無理関数の不定積分を求めよ. ただし,  $a > 0$  とする.

$$(1) \int \frac{\sqrt{1+x}}{x} dx \quad (2)^{\bar{\nu}} \int \sqrt{\frac{2+x}{2-x}} dx \quad (3) \int \frac{dx}{x\sqrt{ax^2 + bx + c}}$$

**4** (一部は演習書 問題 4.3.2) 次の三角関数の不定積分を求めよ.

$$(1) \int \sin^4 x dx \quad (2)^{\bar{\nu}} \int \frac{dx}{4 + 3 \cos x} \quad (3) \int \frac{dx}{\cos^2 x + 4 \sin^2 x}$$

**5** 次の定積分の値を求めよ.

$$(1)^{\bar{\tau}} \int_1^2 \frac{dx}{x + \sqrt{x-1}} \quad (2)^{\bar{\tau}} \int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx \quad (3)^{\bar{\tau}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{4 + 5 \sin x}$$

**6** (一部は演習書 問題 4.4.11) 以下の問いに答えよ.

- (1)  $p > 0$  に対して広義積分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(\sin x)^p}$  の収束・発散を調べよ.
- (2) 円板:  $(x-a)^2 + y^2 \leq b^2$  ( $a > b > 0$ : 定数) を  $y$  軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積  $V$  を求めよ.
- (3) $\bar{\tau}$  曲線:  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$  の長さ  $L$  を求めよ.

## 小テストの問題

問 1 ( 5 ) (1) 定積分  $\int_1^2 \frac{dx}{x + \sqrt{x-1}}$  の値を求めよ.

【選択肢】 (ア)  $\log 2 - \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$  (イ)  $\log 2 - \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$  (ウ)  $\log 3 - \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$  (エ)  $\log 3 - \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$

問 2 ( 5 ) (2) 定積分  $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx$  の値を求めよ.

【選択肢】 (ア)  $\frac{\pi}{16}$  (イ)  $\frac{\pi}{32}$  (ウ)  $\frac{\pi^2}{16}$  (エ)  $\frac{\pi^2}{32}$

問 3 ( 5 ) (3) 定積分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{4+5\sin x}$  の値を求めよ.

【選択肢】 (ア)  $\frac{1}{2} \log 2$  (イ)  $\frac{1}{3} \log 2$  (ウ)  $\frac{1}{2} \log 3$  (エ)  $\frac{1}{3} \log 3$

問 4 ( 6 ) (3) 曲線:  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$  の長さを求めよ.

【選択肢】 (ア) 3 (イ) 4 (ウ) 5 (エ) 6

レポート課題 答えだけでなく計算の過程も書いてください.

第 1 問 ( 2 ) (2) 不定積分  $\int \frac{dx}{x^4 - 16}$  を求めよ.

第 2 問 ( 2 ) (4) 不定積分  $\int \frac{3x^3 + x}{x^2 + 3} dx$  を求めよ.

第 3 問 ( 3 ) (2) 不定積分  $\int \sqrt{\frac{2+x}{2-x}} dx$  を求めよ.

第 4 問 ( 4 ) (2) 不定積分  $\int \frac{dx}{4 + 3 \cos x}$  を求めよ.