

数学演習第一・中間統一試験【問題用紙】

2021年6月16日実施・試験時間90分

— 解答用紙には答えのみ記入せよ —

- 1** 逆三角関数について次の問いに答えよ。ただし、(2)で適する x がない場合には「存在しない」と書け。
(1) $\sin^{-1}\left(\sin \frac{8\pi}{7}\right)$ の値を求めよ。 (2) $\cos^{-1} x + 2 \cos^{-1} \frac{1}{3} = \pi$ を満たす実数 x を求めよ。
- 2** 次の極限值を求めよ。
(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x^2) - 1}{x^4}$ (4) $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - \sin x)^{\frac{1}{x^2}}$ (5) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\log \sqrt{x+1} - \log \sqrt{x})$
- 3** 次の問いに答えよ。
(6) 関数 $f_1(x) = \tan^{-1}(1 + \sin x)$ に対し $f_1'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ の値を求めよ。
(7) 関数 $f_2(x) = (\tan x)^x$ に対し $f_2'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ の値を求めよ。
(8) 関数 $f_3(x) = \tanh x$ に対し $f_3'(\log 3)$ の値を求めよ。
(9) 関数 $y = e^{3x} + e^{2x} + e^x + 1$ の逆関数を $x = g(y)$ と表すとき、 $g'(4)$ の値を求めよ。
- 4** (10) 関数 $f(x) = \frac{2|x|}{x^2 + 1}$ の極値を求めよ。ただし、各極値 b に対し「 $x = a$ で極大値 (or 極小値) b をとる」という形で答えること。
- 5** 空間の3点 $A(-1, 2, 5)$, $B(2, 5, 3)$, $C(3, 4, 3)$ を通る平面を P とするとき、以下の問いに答えよ。
(11) 平面 P の方程式を $ax + by + cz = d$ の形で答えよ。
(12) 3点 A , B , C を頂点とする三角形の面積を求めよ。
- 6** $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$, $P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$ とするとき、次の問いに答えよ。
(13) P^{-1} を求めよ。 (14) $P^{-1}AP$ を求めよ。 (15) $n \in \mathbb{N}$ に対し A^n の $(1, 1)$ 成分を求めよ。
- 7** 次の問いに答えよ。
(16) 行列 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & -1 \\ 2 & 3 & 7 & -3 \\ 3 & 5 & 11 & -3 \end{bmatrix}$ の (行に関する) 簡約行列を求めよ。
(17) 行列 $\begin{bmatrix} a & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & b \end{bmatrix}$ の階数が2となるための a , b の条件を求めよ。
- 8** 次の連立1次方程式を解け。ただし、無数の解をもつならば、任意定数 (パラメータ) の取り方は標準的な方法、すなわち線形代数の教科書に書かれている方法 (= 演習の解答例の方法) に従え。また、任意定数の文字は s, t, \dots を用いよ。
(18)
$$\begin{cases} x + y + 2z = 9 \\ 2x + 3y + 5z = 26 \\ -3x + 3y = 21 \end{cases}$$
 (19)
$$\begin{cases} 2x - 4y + z + w = 0 \\ x - 2y + 2z - 4w = 0 \\ 3x - 6y + z + 3w = 0 \\ -x + 2y + z - 5w = 0 \end{cases}$$
- 9** (20) 連立一次方程式
$$\begin{cases} 3x + 3y + az = 10 \\ 2x + 2y + 5z = 7 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$
 が解をもたないための a の条件を求めよ。