数学演習第一・期末統一試験【解説】

2021 年 8 月 11 日実施 ・ 試験時間 90 分

1 n を自然数とするとき, 次の問いに答えよ. 但し, 解答は n で場合分けせず, 整理された形で書くこと.

(1) $f(x) = -\log(1-ex)$ の n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ とするとき, $f^{(n)}(0)$ を求めよ.

【答】 $f^{(n)}(x) = -\dfrac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{(1-ex)^n} \cdot (-e)^n = \dfrac{e^n(n-1)!}{(1-ex)^n}$ より，$f^{(n)}(0) = \boxed{e^n\,(n-1)!}$.

［別法］漸近マクローリン展開を用いる. $N \geq n$ に対し,

$$f(x) = -\sum_{k=1}^{N}(-1)^{k-1}\frac{(-ex)^k}{k} + o(x^N) = \sum_{k=1}^{N}\frac{e^k}{k}x^k + o(x^N) \quad (x \to 0).$$

よって,

$$(x^n \text{ の係数}) = \frac{f^{(n)}(0)}{n!} = \frac{e^n}{n}. \qquad \therefore\ f^{(n)}(0) = n! \cdot \frac{e^n}{n} = \boxed{(n-1)!\,e^n}.$$

(2) $f(x) = x^{n-1}e^{\pi x}$ の n 次導関数を $f^{(n)}(x)$ とするとき, $f^{(n)}(0)$ を求めよ.

【答】 ライプニッツの公式を用いて,

$$f^{(n)}(x) = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}(x^{n-1})^{(k)}(e^{\pi x})^{(n-k)} = \sum_{k=0}^{n-1}\binom{n}{k}\frac{(n-1)!}{(n-1-k)!}\,x^{n-1-k}\cdot\pi^{n-k}e^{\pi x}.$$

ここで, $x=0$ とすれば, 右辺の $k=n-1$ の項だけが残るので，$f^{(n)}(0) = n\cdot(n-1)!\cdot\pi = \boxed{\pi \cdot n!}$.

［別法］漸近マクローリン展開を用いる. $N \geq 1$ に対し,

$$f(x) = x^{n-1}\left(\sum_{k=0}^{N}\frac{(\pi x)^k}{k!} + o(x^N)\right) = \sum_{\ell=n-1}^{N+n-1}\frac{\pi^{\ell-n+1}}{(\ell-n+1)!}\,x^\ell + o(x^{N+n-1}) \quad (x \to 0).$$

ここで, $\ell = k+n-1$ とおいた. よって,

$$(x^n \text{ の係数}) = \frac{f^{(n)}(0)}{n!} = \pi. \qquad \therefore\ f^{(n)}(0) = n!\cdot\pi = \boxed{n!\,\pi}.$$

2 次の関数 $f(x)$ について, $x=0$ における 3 次の漸近展開 $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + o(x^3)$ $(x \to 0)$ の各次の係数を $\underline{(a_0, a_1, a_2, a_3)\text{ の形で}}$記せ. 例えば，$f(x) = 1 - 2x^2 + x^3 + o(x^3)$ $(x \to 0)$ なら, $(1, 0, -2, 1)$ となる.

(3) $f(x) = \sqrt{1+4x}$

【答】
$$\begin{aligned} f(x) &= 1 + \frac{1}{2}\cdot 4x + \frac{\frac{1}{2}(-\frac{1}{2})}{2}\cdot(4x)^2 + \frac{\frac{1}{2}(-\frac{1}{2})(-\frac{3}{2})}{6}\cdot(4x)^3 + o(x^3) \\ &= 1 + 2x - 2x^2 + 4x^3 + o(x^3) \quad (x \to 0). \end{aligned}$$

よって，$(a_0, a_1, a_2, a_3) = \boxed{(1,\ 2,\ -2,\ 4)}$.

［別法］$f(x) = (1+4x)^{\frac{1}{2}}$，$f'(x) = 2(1+4x)^{-\frac{1}{2}}$，$f''(x) = -4(1+4x)^{-\frac{3}{2}}$，$f'''(x) = 24(1+4x)^{-\frac{5}{2}}$ より,

$$(a_0, a_1, a_2, a_3) = \left(f(0),\ f'(0),\ \frac{f''(0)}{2},\ \frac{f'''(0)}{6}\right) = \boxed{(1,\ 2,\ -2,\ 4)}.$$

(4) $f(x) = \dfrac{1}{1-\sin x}$

【答】 $\sin x = x - \dfrac{x^3}{6} + o(x^3)$ $(x \to 0)$，$\dfrac{1}{1-X} = 1 + X + X^2 + X^3 + o(X^3)$ $(X \to 0)$ より,

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{1-(x-\frac{x^3}{6}+o(x^3))} = 1 + \left(x - \frac{x^3}{6} + o(x^3)\right) + \left(x + o(x^2)\right)^2 + \left(x + o(x)\right)^3 + o(x^3) \\ &= 1 + x + x^2 + \left(-\frac{1}{6}+1\right)x^3 + o(x^3) = 1 + x + x^2 + \frac{5}{6}x^3 + o(x^3) \quad (x \to 0). \end{aligned}$$

よって，$(a_0, a_1, a_2, a_3) = \boxed{\left(1,\ 1,\ 1,\ \frac{5}{6}\right)}$.

［別法］$(1-\sin x)f(x)=1$ より，

$$\begin{aligned}1 &= \left(1-x+\frac{x^3}{6}+o(x^3)\right)(a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+o(x^3)) \\ &= a_0+(a_1-a_0)x+(a_2-a_1)x^2+\left(a_3-a_2+\frac{a_0}{6}\right)x^3+o(x^3) \quad (x\to 0).\end{aligned}$$

係数を比較して，$a_0=1$, $a_1=a_0$, $a_2=a_1$, $a_3=a_2-\dfrac{a_0}{6}$. よって，$(a_0,a_1,a_2,a_3)=\boxed{\left(1,\,1,\,1,\,\dfrac{5}{6}\right)}$.

(5) $f(x)=\dfrac{\mathrm{Sin}^{-1}x}{\mathrm{Tan}^{-1}x}$

【答】 まず，$(1+X)^{-\frac{1}{2}}=1-\dfrac{X}{2}-\dfrac{3X^2}{8}+o(X^2)$ $(X\to 0)$ より

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}=1+\frac{x^2}{2}+o(x^3),\quad \mathrm{Sin}^{-1}x=\int_0^x\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}=x+\frac{x^3}{6}+o(x^4)\quad (x\to 0).$$

次に，$(1+X)^{-1}=1-X+X^2+o(X^2)$ $(X\to 0)$ より

$$\frac{1}{1+x^2}=1-x^2+o(x^3),\quad \mathrm{Tan}^{-1}x=\int_0^x\frac{dt}{1+t^2}=x-\frac{x^3}{3}+o(x^4)\quad (x\to 0).$$

これらから，

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{Sin}^{-1}x}{\mathrm{Tan}^{-1}x} &= \frac{x+\frac{x^3}{6}+o(x^4)}{x-\frac{x^3}{3}+o(x^4)}=\frac{1+\frac{x^2}{6}+o(x^3)}{1-\frac{x^2}{3}+o(x^3)}=\frac{1+\frac{x^2}{6}+o(x^3)}{1-(\frac{x^2}{3}+o(x^3))} \\ &= \left(1+\frac{x^2}{6}+o(x^3)\right)\left\{1+\left(\frac{x^2}{3}+o(x^3)\right)+o(x^3)\right\}=\left(1+\frac{x^2}{6}+o(x^3)\right)\left(1+\frac{x^2}{3}+o(x^3)\right) \\ &= 1+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)x^2+o(x^3)=1+\frac{x^2}{2}+o(x^3)\quad (x\to 0).\end{aligned}$$

よって，$(a_0,a_1,a_2,a_3)=\boxed{\left(1,\,0,\,\dfrac{1}{2},\,0\right)}$.

［別法］$f(x)$ は明らかに偶関数より，$f(x)=a_0+a_2x^2+o(x^3)$ $(x\to 0)$ とおける $(a_1=a_3=0)$. このとき，$\mathrm{Sin}^{-1}x=f(x)\,\mathrm{Tan}^{-1}x$ であるから，上の計算の前半を用いて，

$$\begin{aligned}x+\frac{x^3}{6}+o(x^4) &= (a_0+a_2x^2+o(x^3))\left(x-\frac{x^3}{3}+o(x^3)\right) \\ &= a_0x+\left(a_2-\frac{a_0}{3}\right)x^3+o(x^4)\quad (x\to 0).\end{aligned}$$

係数を比較して，$a_0=1$, $a_2-\dfrac{a_0}{3}=\dfrac{1}{6}$. よって，$(a_0,a_1,a_2,a_3)=\boxed{\left(1,\,0,\,\dfrac{1}{2},\,0\right)}$.

3 (6) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x^2-x\log(1+x)}{\sin^3 x}$ を求めよ.

【答】 $\sin x=x+o(x^2)$, $\log x=x-\dfrac{x^2}{2}+o(x^2)$ $(x\to 0)$ より，

$$\frac{\sin x^2-x\log(1+x)}{\sin^3 x}=\frac{(x^2+o(x^3))-x(x-\frac{x^2}{2}+o(x^2))}{(x+o(x))^3}=\frac{\frac{x^3}{2}+o(x^3)}{x^3+o(x^3)}=\frac{\frac{1}{2}+o(1)}{1+o(1)}\to\boxed{\frac{1}{2}}\quad (x\to 0).$$

4 次の定積分の値を求めよ.

(7) $\displaystyle\int_0^1\frac{2(x-1)}{(x+1)(x^2+1)}\,dx$

【答】 被積分関数は $\dfrac{2(x-1)}{(x+1)(x^2+1)}=\dfrac{a}{x+1}+\dfrac{bx+c}{x^2+1}$ の形に部分分数分解できる. このとき，

$$2(x-1)=a(x^2+1)+(bx+c)(x+1)=(a+b)x^2+(b+c)x+(a+c)$$

であるから, 両辺の係数を比較して, $a+b=0$, $b+c=2$, $a+c=-2$. よって, $a=-2$, $b=2$, $c=0$ となり,

$$\int_0^1 \frac{2(x-1)}{(x+1)(x^2+1)}\,dx = \int_0^1 \left(\frac{-2}{x+1} + \frac{2x}{x^2+1}\right) dx = \Big[-2\log(x+1) + \log(x^2+1)\Big]_0^1 = \boxed{-\log 2}.$$

《注》log の真数に絶対値がついていないのは積分区間の上で正の値をとるから.

(8) $\displaystyle\int_0^1 \frac{2\sqrt{x}}{1+x}\,dx$

【答】 $\sqrt{x}=t$ とおけば, $x=t^2$, $dx=2t\,dt$ より,

$$\int_0^1 \frac{2\sqrt{x}}{1+x}\,dx = \int_0^1 \frac{2t}{1+t^2}\cdot 2t\,dt = 4\int_0^1 \left(1-\frac{1}{1+t^2}\right) dt = 4\Big[t - \mathrm{Tan}^{-1}\,t\Big]_0^1 = \boxed{4-\pi}.$$

(9) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{4+5\cos x}$

【答】 $\tan\frac{x}{2}=t$ とおけば, $\cos x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$, $dx = \dfrac{2\,dt}{1+t^2}$ より,

$$\begin{aligned}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{4+5\cos x} &= \int_0^1 \frac{1}{4+5\cdot\frac{1-t^2}{1+t^2}}\frac{2\,dt}{1+t^2} = \int_0^1 \frac{2\,dt}{9-t^2} = \frac{1}{3}\int_0^1 \left(\frac{1}{3-t}+\frac{1}{3+t}\right) dt \\ &= \frac{1}{3}\Big[\log\frac{3+t}{3-t}\Big]_0^1 = \boxed{\frac{1}{3}\log 2}.\end{aligned}$$

(10) $\displaystyle\int_0^1 (\mathrm{Sin}^{-1}\,x)^2\,dx$

【答】 部分積分を用いて,

$$\int_0^1 (\mathrm{Sin}^{-1}\,x)^2\,dx = \Big[x(\mathrm{Sin}^{-1}\,x)^2\Big]_0^1 - \int_0^1 x\cdot\frac{2\,\mathrm{Sin}^{-1}\,x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \frac{\pi^2}{4} + 2\int_0^1 \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{Sin}^{-1}\,x\,dx.$$

ここで,

$$\int_0^1 \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{Sin}^{-1}\,x\,dx = \int_0^1 (\sqrt{1-x^2}\,)'\,\mathrm{Sin}^{-1}\,x\,dx = \Big[\sqrt{1-x^2}\ \mathrm{Sin}^{-1}\,x\Big]_0^1 - \int_0^1 dx = -1$$

であるから, $\displaystyle\int_0^1 (\mathrm{Sin}^{-1}\,x)^2\,dx = \boxed{\frac{\pi^2}{4}-2}$.

［別法］$\mathrm{Sin}^{-1}\,x=t$ とおけば, $x=\sin t$, $dx=\cos t\,dt$ より,

$$\begin{aligned}\int_0^1 (\mathrm{Sin}^{-1}\,x)^2\,dx &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^2\cos t\,dt = \Big[t^2\sin t\Big]_0^{\frac{\pi}{2}} - 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} t\sin t\,dt \\ &= \frac{\pi^2}{4} + 2\Big[t\cos t\Big]_0^{\frac{\pi}{2}} - 2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos t\,dt = \boxed{\frac{\pi^2}{4}-2}.\end{aligned}$$

5 (11) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ の逆行列を求めよ.

【答】 2 次正方行列に対する逆行列の公式を用いて, $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \boxed{\dfrac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}} = \boxed{\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}}$.

6 次の行列に対して, 逆行列の第 3 行の行ベクトルを求めよ

(12) $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

【答】 行基本変形により,

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 4 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \to \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -3 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -2 \end{array}\right].$$

よって, 逆行列の第 3 行は $\boxed{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}}$.

(13) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

【答】 行基本変形により,

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 2 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\to \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & 2 & 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 2 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\to \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \to \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 4 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & -3 & -7 & 5 \end{array}\right].$$

よって, 逆行列の第 3 行は $\boxed{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}}$.

7 (14) 空間ベクトル $\boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{r} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ の作る平行六面体の体積を求めよ.

【答】 $\begin{vmatrix} \boldsymbol{p} & \boldsymbol{q} & \boldsymbol{r} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -15$. よって, 求める体積は $|-15| = \boxed{15}$.

8 行列 $A=\begin{bmatrix}5&5&2&2\\2&-3&1&1\\1/2&1/2&-3/2&1/2\\3&2&-3&2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}99&100&0&0\\101&102&0&0\\0&0&1/2&1/3\\0&0&1/4&1/5\end{bmatrix}$ に対して，次の行列式の値を求めよ．

(15) $|A|$

【答】 行基本変形と余因子展開を用いて,

$$|A|=\begin{vmatrix}5&5&2&2\\2&-3&1&1\\1/2&1/2&-3/2&1/2\\3&2&-3&2\end{vmatrix}=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}5&5&2&2\\2&-3&1&1\\1&1&-3&1\\3&2&-3&2\end{vmatrix}=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}0&0&17&-3\\0&-5&7&-1\\1&1&-3&1\\0&-1&6&-1\end{vmatrix}$$

$$=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}0&17&-3\\-5&7&-1\\-1&6&-1\end{vmatrix}=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}0&17&-3\\0&-23&4\\-1&6&-1\end{vmatrix}=-\frac{1}{2}\begin{vmatrix}17&-3\\-23&4\end{vmatrix}=-\frac{1}{2}(68-69)=\boxed{\frac{1}{2}}.$$

(16) $|B|$

【答】 $|B|=\begin{vmatrix}99&100&0&0\\101&102&0&0\\0&0&1/2&1/3\\0&0&1/4&1/5\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}99&100\\101&102\end{vmatrix}\begin{vmatrix}1/2&1/3\\1/4&1/5\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}99&100\\2&2\end{vmatrix}\begin{vmatrix}1/2&1/3\\1/4&1/5\end{vmatrix}$

$$=2(99-100)\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{12}\right)=2(-1)\cdot\frac{6-5}{60}=\boxed{-\frac{1}{30}}.$$

(17) $|{}^{\mathrm{t}}AB^{-1}|$

【答】 行列式の性質を用いて, $|{}^{\mathrm{t}}AB^{-1}|=|{}^{\mathrm{t}}A||B^{-1}|=|A||B|^{-1}=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{30}\right)^{-1}=\boxed{-15}$.

9 行列 $A=\begin{bmatrix}\lambda+1&-3&3\\3&\lambda-5&3\\3&-3&\lambda+1\end{bmatrix}$ $(\lambda\in\mathbb{R})$ の余因子行列を $\widetilde{A}$ とするとき, 次の問いに答えよ. 但し, O は零行列, E は単位行列とする.

(18) $\widetilde{A}$ の $(3,2)$ 成分を λ の式で表せ.

【答】 ($\widetilde{A}$ の $(3,2)$ 成分) $=$ (A の $(2,3)$ 余因子) $=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}\lambda+1&-3\\3&-3\end{vmatrix}=\boxed{3\lambda-6}$.

(19) $A\widetilde{A}=O$ となるような λ の値をすべて求めよ.

【答】 $A\widetilde{A}=|A|E=O$ であるから $|A|=0$ となる λ の値を求めればよい.

$$|A|=\begin{vmatrix}\lambda+1&-3&3\\3&\lambda-5&3\\3&-3&\lambda+1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\lambda+1&-3&3\\3&\lambda-5&3\\0&-\lambda+2&\lambda-2\end{vmatrix}=(\lambda-2)\begin{vmatrix}\lambda+1&-3&3\\3&\lambda-5&3\\0&-1&1\end{vmatrix}$$

$$=(\lambda-2)\begin{vmatrix}\lambda+1&0&3\\3&\lambda-2&3\\0&0&1\end{vmatrix}=(\lambda-2)\begin{vmatrix}\lambda+1&0\\3&\lambda-2\end{vmatrix}=(\lambda-2)^2(\lambda+1).$$

よって, 求める λ の値は $\lambda=\boxed{2,\ -1}$.

(20) $A\widetilde{A}=-16E$ が成り立つとき, A^{-1} の $(3,2)$ 成分の値を求めよ.

【答】 $A\widetilde{A}=-16E$ となるのは $|A|=(\lambda-2)^2(\lambda+1)=-16$ のとき. $\lambda\in\mathbb{R}$ であるから,

$$(\lambda-2)^2(\lambda+1)=-16\quad\Leftrightarrow\quad(\lambda+2)(\lambda^2-5\lambda+10)=0\quad\Leftrightarrow\quad\lambda=-2.$$

よって, $A\widetilde{A}=-16E$ と (18) の結果より,

$$(A^{-1}\text{ の }(3,2)\text{ 成分})=-\frac{1}{16}(\widetilde{A}\text{ の }(3,2)\text{ 成分})=-\frac{1}{16}\cdot(-12)=\boxed{\frac{3}{4}}.$$