

# 数学演習第一・期末統一試験【問題用紙】

2021年8月11日実施・試験時間90分

— 解答用紙には答えのみを整理された形で記入せよ —

1  $n$  を自然数とするとき、次の問いに答えよ。但し、解答は  $n$  で場合分けせず、整理された形で書くこと。

(1)  $f(x) = -\log(1 - ex)$  の  $n$  次導関数  $f^{(n)}(x)$  とするとき、 $f^{(n)}(0)$  を求めよ。

(2)  $f(x) = x^{n-1}e^{\pi x}$  の  $n$  次導関数を  $f^{(n)}(x)$  とするとき、 $f^{(n)}(0)$  を求めよ。

2 次の関数  $f(x)$  について、 $x = 0$  における3次の漸近展開  $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + o(x^3)$  ( $x \rightarrow 0$ ) の各次の係数を  $(a_0, a_1, a_2, a_3)$  の形で記せ。例えば、 $f(x) = 1 - 2x^2 + x^3 + o(x^3)$  ( $x \rightarrow 0$ ) なら、 $(1, 0, -2, 1)$  となる。

(3)  $f(x) = \sqrt{1 + 4x}$       (4)  $f(x) = \frac{1}{1 - \sin x}$       (5)  $f(x) = \frac{\sin^{-1}x}{\tan^{-1}x}$

3 (6) 極限值  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2 - x \log(1 + x)}{\sin^3 x}$  を求めよ。

4 次の定積分の値を求めよ。

(7)  $\int_0^1 \frac{2(x-1)}{(x+1)(x^2+1)} dx$       (8)  $\int_0^1 \frac{2\sqrt{x}}{1+x} dx$       (9)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{4+5\cos x}$       (10)  $\int_0^1 (\sin^{-1} x)^2 dx$

5 (11)  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  の逆行列を求めよ。

6 次の行列に対して、逆行列の第3行の行ベクトルを求めよ。

(12)  $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$       (13)  $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

7 (14) 空間ベクトル  $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$  の作る平行六面体の体積を求めよ。

8 行列  $A = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & -3/2 & 1/2 \\ 3 & 2 & -3 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 99 & 100 & 0 & 0 \\ 101 & 102 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1/4 & 1/5 \end{bmatrix}$  に対して、次の行列式の値を求めよ。

(15)  $|A|$       (16)  $|B|$       (17)  $|{}^tAB^{-1}|$

9 行列  $A = \begin{bmatrix} \lambda + 1 & -3 & 3 \\ 3 & \lambda - 5 & 3 \\ 3 & -3 & \lambda + 1 \end{bmatrix}$  ( $\lambda \in \mathbb{R}$ ) の余因子行列を  $\tilde{A}$  とするとき、次の問いに答えよ。但し、 $O$  は零行列、 $E$  は単位行列とする。

(18)  $\tilde{A}$  の  $(3, 2)$  成分を  $\lambda$  の式で表せ。

(19)  $A\tilde{A} = O$  となるような  $\lambda$  の値をすべて求めよ。

(20)  $A\tilde{A} = -16E$  が成り立つとき、 $A^{-1}$  の  $(3, 2)$  成分の値を求めよ。