# 数学演習第一（演習第 2 回）【解答例】

線形：平面の方程式, 行列の演算 (2023 年 5 月 10 日実施)

## 1　演習問題

$\boxed{1}$ (1) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boxed{-3}$.　(2) なす角を $\theta\in[0,\pi]$ とすれば, $\cos\theta=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{\|\boldsymbol{a}\|\|\boldsymbol{b}\|}=\dfrac{-3}{\sqrt{6}\sqrt{6}}=-\dfrac{1}{2}$. よって, $\theta=\boxed{\dfrac{2\pi}{3}}$.

(3) $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\boxed{\begin{bmatrix}-3\\-3\\3\end{bmatrix}}$.　(4) ($\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ の作る平行四辺形の面積) $=\|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}\|=\boxed{3\sqrt{3}}$.　($\|\boldsymbol{a}\|\|\boldsymbol{b}\|\sin\theta$ を計算してもよい.)

(5) ($\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ の作る平行六面体の体積) $=|(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}|=|3(-2-3+1)|=\boxed{12}$.

(6) 四面体の体積は平行六面体の体積に対して, 底面の面積は半分で, 更に錐となっているので体積は 1/6 となる. よって,

$$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\text{ の作る四面体の体積})=\frac{1}{6}\,(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\text{ の作る平行六面体の体積})=\frac{1}{6}\,|(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}|=\frac{12}{6}=\boxed{2}.$$

$\boxed{2}$ (i) $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}'+\boldsymbol{b}''=k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}''$ と $\boldsymbol{a}$ との内積をとれば, $\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}=k\|\boldsymbol{a}\|^2$. よって, $k=(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a})/\|\boldsymbol{a}\|^2$ となり,

$$\boldsymbol{b}'=\frac{\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}}{\|\boldsymbol{a}\|^2}\boldsymbol{a}=(\|\boldsymbol{b}\|\cos\theta)\frac{\boldsymbol{a}}{\|\boldsymbol{a}\|},\quad \|\boldsymbol{b}'\|=\frac{|\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}|}{\|\boldsymbol{a}\|}=\|\boldsymbol{b}\||\cos\theta|\quad(\theta\in(0,\pi)\text{ は }\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\text{ のなす角}).$$

(ii) (i) の結果より, $\boldsymbol{b}''=\boldsymbol{b}-\boldsymbol{b}''=\boldsymbol{b}-\dfrac{\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}}{\|\boldsymbol{a}\|^2}\boldsymbol{a}$. また, $\boldsymbol{b}',\boldsymbol{b}'',\boldsymbol{b}$ は直角三角形の 3 辺に重なるから,

$$\|\boldsymbol{b}''\|=\sqrt{\|\boldsymbol{b}\|^2-\|\boldsymbol{b}'\|^2}=\sqrt{\|\boldsymbol{b}\|^2-\|\boldsymbol{b}\|^2\cos^2\theta}=\|\boldsymbol{b}\|\sin\theta=\frac{\|\boldsymbol{b}\|\|\boldsymbol{a}\|\sin\theta}{\|\boldsymbol{a}\|}=\frac{\|\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{a}\|}{\|\boldsymbol{a}\|}.$$

次に, $\boxed{1}$ の $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ に対して,

(7) $\boldsymbol{c}$ の「$\boldsymbol{a}$ に平行な直線」への正射影は $\dfrac{\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a}}{\|\boldsymbol{a}\|^2}\boldsymbol{a}=\dfrac{7}{6}\boldsymbol{a}=\boxed{\dfrac{7}{6}\begin{bmatrix}1\\1\\2\end{bmatrix}}=\boxed{\begin{bmatrix}7/6\\7/6\\7/3\end{bmatrix}}$.

(8) まず, $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ に平行な平面の法線ベクトルとして $\boldsymbol{n}:=-\dfrac{1}{3}\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}1\\1\\-1\end{bmatrix}$ をとる. $\boldsymbol{c}$ の「$\boldsymbol{n}$ に平行な直線」への正射影は $\dfrac{\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{n}}{\|\boldsymbol{n}\|^2}\boldsymbol{n}=\dfrac{4}{3}\begin{bmatrix}1\\1\\-1\end{bmatrix}$ (もちろん $\boldsymbol{n}$ の代わりに $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$ を用いてもよい). よって, $\boldsymbol{c}$ の「$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ に平行な平面」(「$\boldsymbol{n}$ に垂直な平面」) への正射影は $\begin{bmatrix}2\\3\\1\end{bmatrix}-\dfrac{4}{3}\begin{bmatrix}1\\1\\-1\end{bmatrix}=\boxed{\dfrac{1}{3}\begin{bmatrix}2\\5\\7\end{bmatrix}}=\boxed{\begin{bmatrix}5/3\\7/3\\2/3\end{bmatrix}}$.

$\boxed{3}$ (1) 直線 AB は点 A$(1,0,2)$ を通り, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\begin{bmatrix}1\\-2\\-1\end{bmatrix}$ を方向ベクトルとするから, 方程式は $\boxed{x-1=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{-1}}$.

(2) 平面 ABC は点 A$(1,0,2)$ を通り, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\times\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\begin{bmatrix}1\\-2\\-1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}-2\\2\\-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6\\4\\-2\end{bmatrix}\,/\!/\,\begin{bmatrix}3\\2\\-1\end{bmatrix}$ を法線ベクトルとするから, 方程式は $3(x-1)+2y-(z-2)=0$. これを整理して, $\boxed{3x+2y-z-1=0}$ (または $\boxed{3x+2y-z=1}$).

(3) 原点 O から平面 ABC に垂線 OH を下ろすとき, 直線 OH は原点 O を通り, 平面 ABC の法線ベクトル $\begin{bmatrix}3\\2\\-1\end{bmatrix}$ を方向ベクトルとするから, H$(3s,\,2s,\,-s)$ と書ける. 更に, H は平面 ABC 上の点であるから, $3\cdot3s+2\cdot2s-(-s)-1=0$ を満たす. これを解いて $s=\dfrac{1}{14}$ となり, H の座標は $\left(\dfrac{3}{14},\dfrac{2}{14},-\dfrac{1}{14}\right)$ で, 垂線

の長さは $\|\overrightarrow{\mathrm{OH}}\| = \dfrac{1}{14}\sqrt{9+4+1} = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{14}}}$.

**【別法】** 求める垂線の長さは $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ の「平面 ABC の法線」($\overrightarrow{\mathrm{AB}} \times \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ に平行) への正射影の長さに他ならない. よって, $\boxed{2}$ (i) を用いて, (垂線の長さ) $= \dfrac{|\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot (\overrightarrow{\mathrm{AB}} \times \overrightarrow{\mathrm{AC}})|}{\|\overrightarrow{\mathrm{AB}} \times \overrightarrow{\mathrm{AC}}\|} = \dfrac{|6+0-4|}{2\sqrt{14}} = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{14}}}$.

**【補足】** 一般に, 点 $(x_1, y_1, z_1)$ から平面 $ax+by+cz+d=0$ に下ろした垂線の長さは $\boxed{\dfrac{|ax_1+by_1+cz_1+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$ で与えられる. この事実を示そう. 点 $\mathrm{P}_1(x_1, y_1, z_1)$ とし, 平面 $ax+by+cz+d=0$ 上に点 $\mathrm{P}_0(x_0, y_0, z_0)$ をとる. このとき, 垂線の長さは $\overrightarrow{\mathrm{P}_0\mathrm{P}_1}$ の平面 $ax+by+cz+d=0$ の法線 ($\boldsymbol{n} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ を方向ベクトルとする) への正射影の長さに他ならない. このとき, $ax_0+by_0+cz_0+d=0$ であるから, $\overrightarrow{\mathrm{P}_0\mathrm{P}_1} \cdot \boldsymbol{n}$ は

$$a(x_1-x_0)+b(y_1-y_0)+c(z_1-z_0) = (ax_1+by_1+cz_1)-(ax_0+by_0+cz_0) = ax_1+by_1+cz_1+d$$

と計算される. よって, 求める垂線の長さは $\dfrac{|\overrightarrow{\mathrm{P}_0\mathrm{P}_1} \cdot \boldsymbol{n}|}{\|\boldsymbol{n}\|} = \dfrac{|ax_1+by_1+cz_1+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

(4) 点 C から直線 AB に垂線 CK を下ろすとき, 点 K は直線 AB 上の点であるから, $\mathrm{K}(t+1, -2t, -t+2)$ と書ける. このとき, $\overrightarrow{\mathrm{CK}} = \begin{bmatrix} t+2 \\ -2t-2 \\ -t+2 \end{bmatrix}$ と直線 AB は垂直ゆえ, $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t+2 \\ -2t-2 \\ -t+2 \end{bmatrix} = t+2-2(-2t-2)-(-t+2) = 0$. これより $t = -\dfrac{2}{3}$ が得られ, 点 K の座標は $\left(\dfrac{1}{3}, \dfrac{4}{3}, \dfrac{8}{3}\right)$. このとき, $\overrightarrow{\mathrm{CK}} = \dfrac{2}{3}\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ であるから, 垂線の長さは $\|\overrightarrow{\mathrm{CK}}\| = \dfrac{2}{3}\sqrt{4+1+16} = \boxed{\dfrac{2\sqrt{21}}{3}} = \boxed{2\sqrt{\dfrac{7}{3}}}$.

**【別法】** 求める垂線の長さは $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の「直線 AB に垂直な平面」への正射影の長さに他ならない. よって, $\boxed{2}$ (ii) を用いて, (垂線の長さ) $= \dfrac{\|\overrightarrow{\mathrm{AC}} \times \overrightarrow{\mathrm{AB}}\|}{\|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\|} = \dfrac{2\sqrt{14}}{\sqrt{6}} = \boxed{\dfrac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}}}$.

**4** (1) $2A-3B = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -6 & 3 & 6 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} 10 & -5 & -4 \\ -4 & -9 & -5 \end{bmatrix}}$.

(2) $X = \dfrac{1}{2}(B-3A) = \dfrac{1}{2}\begin{bmatrix} -8 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} -4 & 2 & -1/2 \\ -1/2 & 3/2 & 2 \end{bmatrix}}$.

(3) $BC = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} -7 & 4 & 10 \\ -5 & -1 & 10 \end{bmatrix}}$.

(4) $A\,{}^{\mathrm{t}}C\,{}^{\mathrm{t}}B = A\,{}^{\mathrm{t}}(BC) = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -7 & -5 \\ 4 & -1 \\ 10 & 10 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} -8 & 1 \\ -17 & -15 \end{bmatrix}}$.

**5** (1) $(A-aE)(A-dE) = \begin{bmatrix} 0 & b \\ c & d-a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a-d & b \\ c & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bc & 0 \\ 0 & bc \end{bmatrix} = bcE$. 左辺を展開すれば $A^2-(a+d)A+adE$ であるから, 確かに $A^2-(a+d)A+(ad-bc)E = O$ が成り立つ.

(2) (1) の関係式より, $(ad-bc)E = (a+d)A - A^2 = A((a+d)E-A) = ((a+d)E-A)A$. よって, $\widetilde{A} = (a+d)E - A = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ とおけば, 確かに $A\widetilde{A} = \widetilde{A}A = (ad-bc)E$ が成り立つ.

(3) ① $ad-bc \neq 0$ ならば, (2) の関係式の両辺を $ad-bc \neq 0$ で割り, $A\left(\dfrac{1}{ad-bc}\widetilde{A}\right) = \left(\dfrac{1}{ad-bc}\widetilde{A}\right)A = E$. 定義により $\dfrac{1}{ad-bc}\widetilde{A}$ は $A$ の逆行列である ($A$ は正則): $A^{-1} = \dfrac{1}{ad-bc}\widetilde{A} = \dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$.

② $ad-bc = 0$ ならば $A\widetilde{A} = O$ となるが, このとき $A$ が逆行列 $A^{-1}$ をもつ (= 正則) と仮定すれば, $\widetilde{A} = (A^{-1}A)\widetilde{A} = A^{-1}(A\widetilde{A}) = A^{-1}O = O$ となり, $A = O$ が従う (成分に注目). ところが, $A = O$ はどんな 2 次正方行列を掛けても $O$ となるので, $A$ が逆行列をもつという仮定に矛盾する.

**6** (1) 2 次正則行列の逆行列の公式を用いて， ① $\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ \sin\theta & -\cos\theta\end{bmatrix}^{-1} = \boxed{\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ \sin\theta & -\cos\theta\end{bmatrix}}$,

② $\begin{bmatrix}\cos\theta & -r\sin\theta\\ \sin\theta & r\cos\theta\end{bmatrix}^{-1} = \dfrac{1}{r}\begin{bmatrix}r\cos\theta & r\sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\dfrac{\sin\theta}{r} & \dfrac{\cos\theta}{r}\end{bmatrix}}$.

(2) $AX = B$ の両辺の左側から $A^{-1}$ を掛けて，

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix}5 & -7\\ 2 & -3\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}1 & -2\\ -3 & 4\end{bmatrix} = \frac{1}{-1}\begin{bmatrix}-3 & 7\\ -2 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -2\\ -3 & 4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}3 & -7\\ 2 & -5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -2\\ -3 & 4\end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix}24 & -34\\ 17 & -24\end{bmatrix}}.$$

**7** (1) $(x', y') = (x, -y)$ より，$\begin{bmatrix}x'\\ y'\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}x\\ -y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}$. すなわち，$P = \boxed{\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}}$.

(2) $x' + iy' = (\cos\theta + i\sin\theta)(x + iy) = (x\cos\theta - y\sin\theta) + i(x\sin\theta + y\cos\theta)$ より，

$$\begin{bmatrix}x'\\ y'\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}x\cos\theta - y\sin\theta\\ x\sin\theta + y\cos\theta\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}.\quad \text{すなわち，} Q_\theta = \boxed{\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}}.$$

(3) ヒントにより，$\begin{bmatrix}x'\\ y'\end{bmatrix} = Q_\theta\left(P\left(Q_{-\theta}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}\right)\right) = Q_\theta P Q_{-\theta}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}$ が成り立つ (第 2 の等号は行列の積の結合法則による). よって，

$$R_\theta = Q_\theta P Q_{-\theta} = \begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos(-\theta) & -\sin(-\theta)\\ \sin(-\theta) & \cos(-\theta)\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ \sin\theta & -\cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos^2\theta - \sin^2\theta & 2\cos\theta\sin\theta\\ 2\cos\theta\sin\theta & \sin^2\theta - \cos^2\theta\end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix}\cos 2\theta & \sin 2\theta\\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta\end{bmatrix}}.$$

## 2　レポート問題

**問 1**　平面 ABC (= 3 点 A, B, C を通る平面) は, 点 A (1, 2, −1) を通り,

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}} \times \overrightarrow{\mathrm{AC}} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \\ 4 \end{bmatrix}$$

を法線ベクトルとする．よって, 平面 ABC の方程式は $5(x-1) - 7(y-2) + 4(z+1) = 0$. これを整理して $\boxed{5x - 7y + 4z + 13 = 0}$ (または $5x - 7y + 4z = -13$). また, 平面 ABC と点 A において直交する直線は $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \times \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を方向ベクトルとするから, その直線の方程式は $\boxed{\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-2}{-7} = \dfrac{z+1}{4}}$.

**問 2**　例えば, (1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, (2) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, (3) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ と選べばよい.

次のように, $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ をそれぞれの関係式に代入してみればすべての場合を尽くすことができる．まず,

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-c & b-d \\ -2a+2c & -2b+2d \end{bmatrix}, \quad BA = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-2b & -a+2b \\ c-2d & -c+2d \end{bmatrix}.$$

(1)　$AB = \begin{bmatrix} a-c & b-d \\ -2a+2c & -2b+2d \end{bmatrix} = O$ を満たす $B \neq O$ の一般形は $B = \begin{bmatrix} c & d \\ c & d \end{bmatrix}$ $((c, d) \neq (0, 0))$.

(2)　$BA = \begin{bmatrix} a-2b & -a+2b \\ c-2d & -c+2d \end{bmatrix} = O$ を満たす $B \neq O$ の一般形は $B = \begin{bmatrix} 2b & b \\ 2d & d \end{bmatrix}$ $((b, d) \neq (0, 0))$.

(3)　$AB - BA = \begin{bmatrix} 2b-c & a-b-d \\ -2a+c+2d & -2b+c \end{bmatrix} = O$ となるのは $c = 2b$ かつ $a = b + d$ の場合であるから, $AB \neq BA$ であるための $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ の条件は「$a \neq b + d$ または $c \neq 2b$」であること.

【補足】$a, b$ が実数ならば, $ab = ba$ であり, $ab = 0$ ならば $a, b$ の少なくとも一方は 0 となる．上の例は, 行列の積に関してはこれらの事実は必ずしも成立しないことを示している.

**問 3**　行列 $A, B, C$ のサイズはそれぞれ $2 \times 3$, $3 \times 2$, $2 \times 2$ であるから, 2 つの行列の積が定義できるのは $AB$, $BA$, $BC$, $CA$ の 4 通り．それぞれの積を計算すると,

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}}, \quad BA = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}},$$

$$BC = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}}, \qquad CA = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 \\ -6 & 1 & 3 \end{bmatrix}}.$$

**問 4**　$XA = AB$ の両辺の右側から $A$ の逆行列 $A^{-1} = \dfrac{1}{-1}\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ を掛けることにより,

$$X = ABA^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 16 \\ 26 & 38 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 2 & -5 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}}.$$